# 1 Краткое изложение заявки – Кручинин Д.В.

Степени производящих функций

Предлагаемый математический аппарат над коэффициентами степеней производящих функций может быть применим для решения различных математических задач.

Автором показано использование выражений для коэффициентов степеней производящих функций для определения закрытых формул классов полиномов, заданных производящими функциями двух переменных. Получены закрытые формулы для полиномов Чебышева, Лежандра, Гегенбауэра, Эрмита, Лагерра, Стирлинга, Абеля, Бернулли, Эйлера, Петерса, Наруми, Хюберта, Лерча и Махлера. Предполагается продолжить исследование в данном направлении. Будет рассматриваться задача получения закрытых формул для коэффициентов обратных производящих функций полиномов. На основе выражений для обратных производящих функций будут получены различные тождества и свойства полиномов. Также планируется получить новые закрытые формулы для полиномов Фабера, полиномов Белла второго рода и полиномов Коробова, получить новый вид полиномов на основе тождества Теппера.

В препринте автора показан метод решения обобщенного функционального уравнения Лагранжа $A(x) = G(xA(x)^m)$, где производящая функция $A(x) = \sum_{n\geq 0} a(n)x^n$ неизвестна, $m$ – положительное целое число. Предполагается найти решение функционального уравнения для любого дествительного $m$.

Согласно Стенли, нерешенной задачей является "дробная композиция"(итерационные функциональные уравнения):

$$A(A(x)) = e^x - 1.$$

В препринте автора получен метод решения таких уравнений путем построения рекуррентных соотношений для коэффициентов степеней искомой производящей функции. Следовательно, возможно как решение уравнений вида $A(A(x)) = F(x), A(A(A(x))) = F(x)$, так и более общего случая $A^{2^n}(x) = F(x)$. Планируется обобщить полученный метод.

Исследованы целые свойства композиций производящих функций. Исследование целых свойств композиции производящих функций направлено на поиск эффективных критериев простоты. Доказано, что композиция производящих функций $A(F(x))$, где $A(x) = \sum_{n>0} \frac{a_n}{n} x^n$, а $F(x)$ – производящая функция с целыми коэффициентами, позволяет получить критерии простоты натурального числа. Выявлено, что аналогичным свойством обладают композиции экспоненциальных производящих функций. Предполагается исследовать эти свойства на выявление новых критериев простоты.

Решена задача нахождения производящих функций центральных элементов треугольника $T(n,k)$, заданного выражением $[xH(x)]^k = \sum_{n\geq k} T(n,k)x^n$, где $H(x)$ обыкновенная производящая функция с $H(0) \neq 0$. Также решена обратная задача: нахождение вида треугольника с заданными центральными коэффициентами по производящей функции центральных коэффициентов. На основе полученных результатов видна однозначная связь между центральными коэффициентами и всем треугольником. На основе полученных свойств планируется исследование в области кодирования и сжатия. Также планируется разработать методы вычисления вычетов с использованием полученных свойств.