

Краткое изложение плана исследований

ИГОРЬ ВИТАЛЬЕВИЧ НЕТАЙ

В работе исследуется построение минимальных резольвент некоторых модулей над кольцом многочленов.

Рассмотрим, например, проективизацию $\mathbb{P}(U \otimes V)$ пространства матриц $m \times n$. Там зададим подногообразие X уравнениями равенства нулю всех 2×2 -миноров. Хорошо известно, что тогда $X = \mathbb{P}(U) \times \mathbb{P}(V) \subset \mathbb{P}(U \otimes V)$ называется вложением Сегре. Можно показать, что данный набор уравнений минимален.

Построить некоторый набор образующих в модуле A над алгеброй многочленов S — это то же, что построить сюръекцию $F_0 \rightarrow A$. Но у этой сюръекции также может быть ядро. Его можно назвать *модулем соотношений* для данных образующих. Далее можно построить соотношения на соотношения и так далее аналогичным путём. Полученная последовательность $\dots \rightarrow F_1 \rightarrow F_0 \rightarrow A \rightarrow 0$ называется *свободной резольвентой* модуля A .

Хотя и не существует канонического выбора образующих на каждом шаге, при этом порождённые ими градуированные векторные пространства могут быть определены канонически. Минимальные наборы зависимостей на образующие данного порядка, имеющие заданные степени, порождают так называемые *пространства сизигий* $R_{p,q}$. При линейном действии группы G на пространстве $\mathbb{P}(W)$, сохраняющем многообразие X , также естественно возникают представления группы G в пространствах сизигий $R_{p,q}$ многообразия X . Мы не будем подробно останавливаться здесь на строгом определении пространств $R_{p,q}$ и на действии группы на них.

Мы ограничиваемся таким классом многообразий, как проективизации орбит векторов старшего веса в неприводимых представлениях редуцированных групп. Оказывается, что при некоторых условиях возможно вычисление в терминах представлений группы, приводящее к окончательному ответу. Эти условия классифицируются, и оказывается, что они выполнены для двух нетривиальных серий многообразий — вложения Сегре и квадратичное вложение Веронезе. В первом случае ответ получен и опубликован. Во втором пока не опубликован, но также получен.