

Краткое изложение заявки. Шарипов Тимур Рафаилович.

Численные методы решения уравнений Навье-Стокса

для несжимаемой жидкости как обратной задачи.

При численном решении уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости традиционно используются итерационные методы решения различных сеточных аппроксимации исходных дифференциальных уравнений в частных производных. Альтернативой является построение итерационных процессов в дифференциальной форме, редуцирующих решение исходной системы уравнений к серии существенно более простых задач с известными эффективными сеточными методами их решения.

В работе научного руководителя автора Голичева И.И. вводится регуляризация нестационарной системы уравнений Навье-Стокса, решение которой совпадает с решением исходной системы, если последнее существует. Затем регуляризованная нелинейная система сводится к решению последовательности задач Стокса. Доказана сходимость с любого начального приближения быстрее любой геометрической прогрессии решения

Далее, Голичевым И.И. впервые было установлено, что нахождение сильного решения нестационарных уравнений Стокса, если оно существует, эквивалентно решению задачи оптимального управления, где в качестве управления используется градиент давления, входящий в правую часть, а целевой функционал представлен нормой дивергенции от вектора скорости в соответствующем Соболевском пространстве. В статье 2007 года автором обосновывается применение для переформулированной стационарной системы Стокса метода проекции градиента (найлены производная Фреше, оператор проектирования и константа Липшица), итерации которого состоят из серии векторных задач Дирихле для компонент скорости и задачи Неймана для давления. Построен и обоснован модифицированный метод наискорейшего спуска, который возможно применять также и при рассмотрении давления в качестве управления, когда множество Лебега неограниченно.

Из готовящегося к публикации, автором построена конечно-разностная схема на равномерной прямоугольной сетке, согласованная с энергетическими свойствами дифференциальных операторов дивергенции и градиента. Проведены расчеты двумерной стационарной системы Стокса с известным аналитическим решением, а также задачи о течении в квадратной каверне с движущейся крышкой. С использованием давления в качестве управления получено уменьшение нормы дивергенции на три порядка за первые 50 итераций и на порядок через каждые 50 итераций, причем независимо от шага сетки.

В дальнейшем планируется обобщить метод проекции градиента для решения как обратной задачи исходной нестационарной нелинейной системы Навье-Стокса. В отличие от линейной задачи Стокса такая задача приводит к необходимости решать задачу минимизации для невыпуклого функционала. Нахождение необходимого и достаточного условия того, чтобы управление обращало в нуль соответствующий функционал и, следовательно, было решением обратной задачи, даст возможность построить сходящийся градиентный метод. При этом нелинейные уравнения состояния планируется линеаризовать методами, изложенным в монографии научного руководителя, поскольку их установленная сходимость влечет существование и единственность. Этот подход был уже анонсирован автором применительно к задачам фильтрации флюидов в 2011 г.

В результате численной реализации и всестороннего сравнительного тестирования эффективности двух описанных подходов при двух способах выбора управления ожидается получение нового экономичного устойчивого линейного итерационного процесса, сходящегося в пространстве функций, первые производные по времени и вторые производные по пространству которых интегрируемы с квадратом.