

Проведенные исследования Одним из основных подходов к решению задачи выполнимости пропозициональных формул являются DPLL (названы в честь авторов: Davis, Putnam, Logemann и Loveland) (алгоритмы расщепления). DPLL алгоритм — рекурсивный алгоритм, который на вход получает формулу ϕ , затем запускает процедуру **A**, которая выбирает переменную x , после этого алгоритм запускает процедуру **B** для выбора константы c , затем рекурсивно вызывает себя на формуле $\Phi[x := c]$, если был найден выполняющий набор, то выдает его, иначе возвращает результат запуска алгоритма на формуле $\Phi[x := 1 - c]$. Рекурсивные вызовы прекращаются, когда формула становится тривиальной.

Существуют работы, доказывающие нижние оценки на время работы DPLL алгоритмов на невыполнимых формулах, в частности экспоненциальные оценки следуют из оценок на размер резолюционных доказательств [1], [2]. В случае выполнимых формул суперполиномиальные нижние оценки на DPLL алгоритмы повлекли бы за собой неравенство $P \neq NP$. В работе [3] дается экспоненциальная нижняя оценка для двух достаточно больших классов DPLL алгоритмов. В работе [4] показано, что обращение функции Голдрейха ([5]) близорукими алгоритмами требует экспоненциального времени.

Все описанные нижние оценки на выполнимых формулах основаны на факте, что после нескольких шагов алгоритма формула станет трудной невыполнимой и алгоритм обойдет все дерево расщепления для данной невыполнимой формулы. Расширим класс DPLL алгоритмов добавив эвристику отсечения, которая может решить что ветвь дерева расщепления “бесперспективная” и не стоит ее просматривать. В работе [6] показано, что возможно построить за полиномиальное время семейство таких сложных формул для подобных алгоритмов.

Изучение DPLL алгоритмов с эвристикой отсечения также мотивировано изучением эвристических аксепторов [7]. Говоря неформально, эвристический аксептор — это алгоритм, который останавливается на словах из языка и маленькой доле слов не из языка, а на остальных словах не останавливается.

Важным вопросом является конструкция примеров, где эвристические вычисления превосходят классические. В работе [8] были построены подобные примеры, основанные на стандартных предположениях теории сложности. Примером языка является язык **GNI**, состоящий из пар неизоморфных графов на одинаковом числе вершин. Была предъявлена полиномиально ограниченная система для модификации данного языка, в настоящее время данный вопрос для классических вычислений является открытым, и мы не знаем, как коротко сертифицировать факт, что два графа неизоморфны.

Проект будущих исследований Планируется рассмотреть DPLL алгоритм, которые расщепляются не по формулам, а по линейным комбинациям. Такие алгоритмы умеют быстро решать закодированные в виде КНФ системы линейных уравнений, тогда как данные системы являются трудными примерами для обычных DPLL алгоритмов. Планируется дать нижние оценки на данную модификацию алгоритмов. А также рассмотреть связанную с данными алгоритмами систему доказательств и дать нижние оценки на доказательства в ней.

Планируется дальнейшее исследование классов MA и AM с точки зрения эвристических вычислений. И доказательство нижних оценок на данные классы.

Список литературы

- [1] A. Urquhart. Hard examples for resolution. *JACM*, 34(1):209–219, 1987.
- [2] G. S. Tseitin. On the complexity of derivation in the propositional calculus. *Zapiski nauchnykh seminarov LOMI*, 8:234–259, 1968. English translation of this volume: Consultants Bureau, N.Y., 1970, pp. 115–125.
- [3] Michael Alekhnovich, Edward A. Hirsch, and Dmitry Itsykson. Exponential lower bounds for the running time of DPLL algorithms on satisfiable formulas. *J. Autom. Reason.*, 35(1-3):51–72, 2005.
- [4] James Cook, Omid Etesami, Rachel Miller, and Luca Trevisan. Goldreich’s one-way function candidate and myopic backtracking algorithms. In *Proceedings of TCC*, pages 521–538. Springer-Verlag, 2009.
- [5] Oded Goldreich. Candidate one-way functions based on expander graphs. Technical Report 00-090, Electronic Colloquium on Computational Complexity, 2000.
- [6] Dmitry Itsykson and Dmitry Sokolov. Lower bounds for myopic dpll algorithms with a cut heuristic. In *Proceedings of the 22nd international conference on Algorithms and Computation, ISAAC’11*, pages 464–473, Berlin, Heidelberg, 2011. Springer-Verlag.
- [7] Edward A. Hirsch, Dmitry Itsykson, Ivan Monakhov, and Alexander Smal. On optimal heuristic randomized semidecision procedures, with applications to proof complexity and cryptography. *Theory of Computing Systems*, 2011. Extended abstract appeared in the proceedings of STACS-2010.
- [8] Dmitry Itsykson and Dmitry Sokolov. On fast heuristic non-deterministic algorithms and short heuristic proofs. In *Accepted to Fundamenta Informaticae*.