

Краткое изложение заявки (Summary)

Захаров Александр Олегович

Наши исследования относятся к комбинаторной теории групп.

Свободные группы и обобщающие их свободные конструкции являются одними из центральных объектов изучения в комбинаторной и геометрической теории групп. Мы изучаем вопрос о ранге пересечения подгрупп свободных конструкций.

У. Дикс и С. Иванов в 2008 году доказали оценку для ранга пересечения подгрупп свободных произведений групп, аналогичную известному неравенству Х. Нейман в свободной группе. В работе [1] мы доказываем оценку для ранга пересечения подгрупп свободных произведений с объединенной конечной нормальной подгруппой, обобщающую оценку Дикса-Иванова. Мы доказываем также неупрощаемость полученной оценки при определенных условиях, главным из которых является наличие элемента порядка 2 в свободном произведении.

В препринте [2] мы доказываем оценку аналогичного вида для более общего случая, а именно, для свободных подгрупп фундаментальной группы конечного графа групп с конечными реберными группами. В качестве следствия мы получаем оценки для ранга пересечения подгрупп свободных произведений с объединенной конечной подгруппой, HNN-расширений с конечными ассоциированными подгруппами, а также почти свободных групп. Доказательство опирается на теорию Басса-Серра, позволяющую вести рассуждения в терминах групп, действующих на деревьях.

Планируется изучить вопрос о том, в каком случае оценки из работы [2] являются неупрощаемыми, и получить более точные оценки в остальных случаях.

Планируется также доказать аналогичные оценки не только для свободных подгрупп, но и для подгрупп, представляющих собой свободное произведение (в этом случае вместо обычного ранга свободной группы будет, как и в работах С. Иванова, рассмотрен так называемый ранг Куроша).

Мы собираемся усилить результаты работ [1] и [2], доказав аналог усиленного неравенства Ханны Нейман в свободной группе.

В 2011 году И. Минеев и Дж. Фридман независимо доказали известную гипотезу Ханны Нейман, тем самым окончательно решив вопрос о неупрощаемой оценке ранга пересечения подгрупп свободной группы. Однако в случае свободных произведений групп без элементов порядка 2, например, в случае группы $\mathbb{Z}_5 * \mathbb{Z}_5$, данный вопрос остается открытым. Планируется (совместно с С. Ивановым) применить технику теории графов и линейного программирования, с тем чтобы попытаться получить неупрощаемые оценки для некоторых свободных произведений групп, в частности, для групп вида $\mathbb{Z}_p * \mathbb{Z}_p$, где p - простое число, большее 3.

Список литературы

- [1] А.О.Захаров, *Оценка ранга пересечения подгрупп в свободном произведении двух групп с объединенной нормальной конечной подгруппой*, Матем. сб., **204:2** (2013), 73-86.
- [2] А.О.Zakharov, *On the rank of the intersection of free subgroups in virtually free groups*, preprint, <http://arxiv.org/abs/1301.3115>