Краткое изложение заявки
“Метрическая характеризация спектров динамических систем”.
П. Б. Затицкий.

Систематическое изучение метрических троек, полных сепарабельных метрических пространств, снабженных борелевской вероятностной мерой, было инициировано М. Л. Громовым. Позже в своих работах А. М. Вершиком была предложена иная точка зрения на эти пространства, где за основу взято вероятностное пространство, а метрика рассматривается как измеримая функция. Им же было предложено применить этот подход, в частности, для изучения классических динамических систем.

Пусть на фиксированном вероятностном пространстве (X, μ) задан эргодический автоморфизм T. Для допустимой (сепарабельной на множестве полной меры) метрики ρ на пространстве X рассмотрим ее конечные усреднения под действием оператора T, $\rho_n(x,y) = \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}\rho(T^k x, T^k y)$. Ожидается, что рост ε-энтропий (размер минимальной $\varepsilon-$сети в множестве меры $1-\varepsilon$) метрик ρ_n позволяет судить о спектре оператора T динамической системы. Подтверждением этого тезиса является недавний совместный результат А. М. Вершика, претендента и его научного руководителя Ф. В. Петрова. В их работах изучаются различные свойства допустимых метрик на пространстве (X, μ). В качестве простого приложения построенной теории получена характеризация динамических систем с дискретным спектром в терминах асимптотики $\varepsilon-$энтропий метрик ρ_n, а именно, доказано, что эргодический оператор T имеет чисто дискретный спектр тогда и только тогда, когда для хотя бы одной (а тогда и для любой) допустимой метрики ρ последовательность $\varepsilon-$энтропий метрик ρ_n ограничена.

Предполагается продолжить развитие общей теории допустимых метрик на основе методов работ А. М. Вершика, П. Б. Затицкого и Ф. В. Петрова, применить ее для получения результатов в случае наличия непрерывной компоненты спектра оператора T, а также вычислить асимптотики роста $\varepsilon-$энтропий для нескольких классических примеров динамических систем.