

Последовательный анализ стохастических систем с изменяющейся вероятностной структурой

Проект посвящен развитию методов статистического последовательного анализа для систем, вероятностные законы распределения которых изменяются в неизвестные моменты времени. Предполагается, что наблюдается стохастическая система, эволюционирующая во времени (например, случайный процесс), а моменты изменения его вероятностных характеристик (например, моменты изменения коэффициентов сноса диффузионного процесса) непосредственно ненаблюдаемы, и требуется сделать некоторые суждения о структуре этих моментов по изменениям в характере наблюдаемой системы. Такие моменты называются *моментами перехода* или *моментами разладки*.

В проекте будут изучаться две группы вопросов: *задачи обнаружения* моментов перехода и *задачи оценки* их вероятностных характеристик на основе последовательных наблюдений за системами. Общая постановка первого типа задач состоит в нахождении моментов остановки, близких к моментам перехода в некотором смысле. Среди задач второй группы будут рассматриваться задачи проверки гипотез об априорном распределении моментов перехода и задачи оценки параметров этих распределений в *последовательной* постановке, где требуется найти не только решающую функцию, но и момент, когда принимается решение (смысл такого подхода состоит в минимизации средней продолжительности наблюдения).

Рассматриваемые вопросы являются продолжением теории обнаружения однократных разладок случайных процессов. В работе А. Н. Ширяева и автора (2012) была сформулирована общая постановка байесовской задачи обнаружения (однократной) разладки, исследована структура основных статистик в ней, и показано, что для специального класса критериев оптимальности правил обнаружения задача сводится к задаче об оптимальной остановке для статистики Ширяева–Робертса.

На основе полученных результатов планируется продолжить исследование и сформулировать общую модель стохастической системы с изменяющимися параметрами, где число изменений (разладок) больше одного, и изучить общие задачи обнаружения этих изменений и оценки их параметров. Для такой модели многократных разладок планируется получить критерий существования (конечномерных) процессов марковских достаточных статистик. Для случая, когда марковские достаточные статистики существуют, доказать результат о сведении рассматриваемой задачи к задаче об оптимальной остановке для них, а эту задачу уже использовать для нахождения оптимальных моментов остановки в задачах обнаружения и оптимальных решающих правил в задачах оценки параметров моментов перехода.

Для случаев, когда достаточные статистики не существуют, планируется рассмотреть вопрос о построении конечномерных марковских процессов заданной размерности, содержащих “наиболее полную информацию” о наблюдаемой системе и найти оптимальные моменты остановки среди моментов, выражающихся через эти процессы.