

КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ЗАЯВКИ, АВДЕЕВ РОМАН СЕРГЕЕВИЧ

Основными объектами планируемых исследований являются сферические подгруппы редутивных алгебраических групп, а также соответствующие им сферические однородные пространства.

Сферические однородные пространства интенсивно изучались многими авторами с различных точек зрения начиная с конца 70-х гг. XX века и продолжают активно изучаться в настоящее время. К настоящему моменту усилиями нескольких исследователей (П. Брави, Г. Пещини, И. Лосев, С. Кюпит-Футу) завершена программа классификации сферических однородных пространств в комбинаторных терминах, выдвинутая Д. Луной в 2001 г. Участвующие в этой классификации инварианты (называемые инвариантами Луны) описывают геометрию сферических однородных пространств, однако практически ничего не сообщают о структуре соответствующих сферических подгрупп. В связи с этим представляют интерес следующие две проблемы, остающиеся на данный момент открытыми:

(P1) вычислить инварианты Луны по заданной сферической подгруппе (определённой, например, своей подгруппой Леви и алгеброй Ли своего унипотентного радикала);

(P2) предъявить подгруппу, соответствующую заданному набору инвариантов Луны.

До недавнего времени полное решение проблем (P1) и (P2) было известно лишь для случая редутивных сферических подгрупп.

В течение нескольких последних лет автором настоящей заявки было получено полное решение проблем (P1) и (P2) для ещё одного широкого класса сферических подгрупп — разрешимых сферических подгрупп. Основой для этого послужила работа автора от 2011 г., в которой был предложен новый подход к классификации разрешимых сферических подгрупп. Этот подход коренным образом отличается от подхода Д. Луны и позволяет получить классификацию в терминах инвариантов, кодирующих структуру так называемых *нормальных форм* соответствующих сферических подгрупп (новые инварианты называются *активными корнями*). В частности, всякая разрешимая сферическая подгруппа строится по набору своих активных корней. В результате дальнейших исследований автора были найдены методы вычисления инвариантов Луны по активным корням и наоборот, что дало полное решение проблем (P1) и (P2) в случае разрешимых сферических подгрупп. При этом ключевую роль сыграли результаты совместной работы автора заявки с Н. Е. Горфинкель.

Настоящий проект посвящён обобщению на случай произвольных сферических подгрупп некоторых результатов, полученных автором в случае разрешимых сферических подгрупп. Первоочередная цель проекта — создать фундамент для решения проблем (P1) и (P2) в общем случае. А именно, планируется ввести и изучить нормальные формы произвольных сферических подгрупп, после чего доказать гипотезу о том, что эти нормальные формы однозначно определяются наборами комбинаторных данных, обобщающих активные корни. После доказательства упомянутой гипотезы исследования будут вестись в следующих независимых друг от друга направлениях:

(1) в духе результатов про разрешимые сферические подгруппы попытаться получить полную классификацию всех сферических подгрупп в полупростых группах типа A ;

(2) используя результаты исследований нормальных форм в сочетании с методами недавних работ П. Брави и Г. Пещини, попытаться решить проблему (P2) в общем случае;

(3) попытаться найти методы вычисления инвариантов Луны (всех или части) в терминах нормальных форм, что в случае успеха даст решение проблемы (P1) в общем случае.