Алгоритмические свойства и подгрупповое строение обобщенных групп Баумслага–Солитера

Дудкин Ф. А.

Проведенные исследования

Группа называется хопфовой, если всякий её гомоморфизм на себя имеет тривиальное ядро, т. е. является автоморфизмом. В 1962 году Г. Баумслаг и Д. Солитер нашли серию нехопфовых групп с одним соотношением простого вида в классе групп $BS(p,q) = \langle a, t | t^{-1}a^p t = a^q \rangle$. Здесь p, q - пара ненулевых целых чисел (параметры). Эти группы оказались интересными и с других позиций: геометрических свойств, функций роста, функции Дэна и т.д. В ходе защиты кандидатской диссертации и развития исследований диссертационной тематики Дудкин Ф. А. получил следующие результаты: При различных простых параметрах p и q в терминах графов групп описаны все подгруппы группы $BS(p,q)$. При взаимно простых параметрах p и q описаны все подгруппы конечного индекса группы $BS(p,q)$. Решена проблема изоморфизма для подгрупп конечного индекса группы $BS(p,q)$. Найдена рекурсивная формула для числа подгрупп данного конечного индекса в группе $BS(p,q)$ при произвольных ненулевых параметрах p и q. Найдены копредставления групп автоморфизмов всех подгрупп конечного индекса групп Баумслага-Солитера с взаимно простыми целыми параметрами, не равными 0, 1, -1. Описан абстрактный соизмеритель групп Баумслага-Солитера с теми же параметрами.

Проект будущих исследований

Будем называть конечно порожденную группу G обобщенной группой Баумслага-Солитера (GBS группой) если группа G может действовать на дереве так, что стабилизаторы вершин и ребер - бесконечные циклические группы. По теореме Басса-Серра группа G представима в виде $\pi_1(\mathbb{A})$ - фундаментальной группы некоторого графа групп $\mathbb{A}$, вершинные и реберные группы которого бесконечные циклические группы. Отметим, что GBS группы довольно активно исследовались в последнее время, в частности, активно обсуждалась проблема изоморфизма GBS групп. Наряду с проблемой изомофизма GBS групп, видимо, стоит исследовать проблему вложения GBS групп: определить алгоритмически когда два данных графа с метками $\mathbb{A}_1$ и $\mathbb{A}_1$ задают такие GBS группы, что группа $\pi_1(\mathbb{A}_1)$ вкладывается в группу $\pi_1(\mathbb{A}_2)$. В ходе исследований в 2014-2016 годах планируется получить следующие результаты: Доказать, что группа Баумслага-Солитера $BS(p,q)$ с взаимно простыми параметрами p и q вкладываются в обобщенную группу Баумслага-Солитера G тогда и только тогда, когда в G разрешимо уравнение $x^{-1}y^p x = y^q$ с нетривиальным x. Доказать, что если граф с метками $\mathbb{A}_1$ может быть представлен только конечным числом редуцированных графов с метками, то для произвольного графа с метками $\mathbb{A}_2$ существует алгоритм проверяющий вкладывается группа $\pi_1(\mathbb{A}_1)$ в группу $\pi_1(\mathbb{A}_2)$ или нет. Получить результаты частично и/или полностью решающие проблему изоморфизма и/или проблему вложения GBS групп.