

## Краткое изложение заявки Масловой Н.В.

В теории групп "арифметическими" принято называть свойства группы, которые определяются ее числовыми параметрами такими, как порядок группы и набор его простых делителей, порядки элементов, порядки подгрупп, степени неприводимых представлений, различные  $\pi$ -свойства (свойства группы, связанные с некоторым множеством простых чисел  $\pi$ , например, теоремы силовского типа) и т.д. Термин "нормальное строение группы" характеризует такие инварианты группы, как наборы композиционных и главных факторов с учетом особенностей действия группы на этих факторах. Хорошо известно глубокое взаимное влияние, которое оказывают друг на друга арифметические свойства группы и ее нормальное строение. Ярким примером такого влияния является знаменитая теорема Фейта-Томпсона о разрешимости групп нечетных порядков, которая лежит в основе реализации одного из самых крупных научных проектов XX века - классификации конечных простых групп (ККПГ). Изучение арифметических свойств конечных групп и их влияния на нормальное строение этих групп, а также характеристики конечных групп с помощью арифметических параметров - одна из центральных задач в современной теории конечных групп. После завершения ККПГ дальнейшее исследования в этой области полезны для ревизии ККПГ, а также для исследования вопросов о конечных группах, на которые ККПГ не дает ответа.

В этом направлении заявителем ранее были получены следующие результаты: завершена классификация максимальных подгрупп нечетного индекса в конечных почти простых группах, начатая в работах М. Либека и Я. Саксла (1985, Великобритания) и У. Кантора (1987, США) и остававшаяся незавершенной около 20 лет; получено описание неабелевых композиционных факторов конечных групп с холловыми максимальными подгруппами, тем самым была решена проблема 17.92 из «Коуровской тетради»; совместно с Д.О. Ревиним исследовано нормальное строение конечных групп с холловыми максимальными подгруппами, доказана дополняемость максимальных подгрупп в этих группах, показано, что каждая такая группа порождается парой сопряженных элементов, тем самым получено частичное решение проблемы 17.125 из «Коуровской тетради»; а также исследованы неабелевы композиционные факторы конечных групп, минимальных относительно простого спектра.

В рамках настоящего проекта планируется продолжить исследования строения конечных групп в зависимости от ограничений (как правило, арифметических), налагаемых на их максимальные подгруппы. Планируется исследовать вопросы совпадения спектра, графа простых чисел и простого спектра конечной группы и ее собственной подгруппы, в том числе для конечных простых групп, продолжить исследование нормального строения конечных групп, минимальных относительно простого спектра (планируется получение результатов, аналогичных результатам заявителя о конечных группах с холловыми максимальными подгруппами). В частности, планируется получить описание конечных простых групп, минимальных относительно графа простых чисел (на важность этой проблематики внимание заявителя обратил известный алгебраист К. Паркер из Великобритании), и конечных групп, критических по спектру (проблема описания таких групп сформулирована в работе В.Д. Мазурова и китайского алгебраиста В. Ши). Кроме того, планируется исследовать нормальное строение конечных групп, в которых каждая максимальная подгруппа непримарного индекса разрешима (класс таких групп широко обобщает класс конечных разрешимых групп, группы с более сильными ограничениями, налагаемыми на максимальные подгруппы непримарного индекса, исследовались ранее многими авторами: П.П. Барышовец, Н.Ф. Кузенный, С.С. Левищенко и т.д.). Ранее заявителем совместно с А.Л. Гаврилюком, А.С. Кондратьевым и И.В. Храпцовым было показано, что если в графе не более 5 вершин и граф не является 5-кликкой, то вершины этого графа можно пометить простыми числами так, что полученный граф будет графом простых чисел подходящей конечной группы. В рамках настоящего проекта для некоторых графов с небольшим числом вершин планируется получить описание конечных групп, граф простых чисел которых изоморфен данному графу.