# Краткое изложение заявки Осипова Николая Николаевича

Неравенство Литлвуда–Пэли — аналог равенства Парсеваля в $L^p$-пространствах для произвольных $p$. Классическое неравенство Литлвуда–Пэли является двусторонней оценкой, которая позволяет вместо $L^p$-нормы функции $f$ рассматривать $L^p(l^2)$-норму последовательности функций $\{f_m\}$, таких что их спектры (преобразования Фурье) сосредоточены в некоторых непересекающихся отрезках $I_m \subset \mathbb{R}$ и при этом совпадают на этих отрезках со спектром исходной функции $f$. Классический вариант теоремы Литлвуда–Пэли говорит, что двусторонняя оценка выполняется в любом пространстве $L^p$, $1 < p < \infty$, если в качестве интервалов $I_m$ мы возьмем все интервалы вида $[2^k, 2^{k+1}]$ вместе с интервалами вида $[-2^{k+1}, -2^k]$, где $k$ пробегает $\mathbb{Z}$. В 1985 году Рубио де Франсиа доказал, что односторонний вариант обсуждаемой оценки выполняется для произвольного разбиения прямой $\mathbb{R}$ на непересекающиеся отрезки $\{I_m\}$. В дальнейшем у результата Рубио де Франсиа было две линии обобщений. Первая линия — это обобщение его оценки на ситуацию произвольной размерности (Журне). Вторая линия — проверка аналогичного неравенства для $p \in (0, 1]$ (Бургейн; Кисляков и Парилов).

Автору заявки, во-первых, удалось свести эти две линии воедино и доказать аналог неравенства Рубио де Франсиа для $p \in (0, 1]$ в произвольной размерности, а во-вторых, получить аналог неравенства Рубио де Франсиа (пока в одномерной ситуации) для “$p \geq \infty$”, то есть для гладких функций (из классов Липшица и Гёльдера) и функций из класса BMO.

Возвращаясь к исходному двустороннему неравенству Литлвуда–Пэли, отметим, что вопрос о том, какое условие на интервалы $I_m$ является необходимым и достаточным для двусторонней оценки, остается открытым. Некоторые результаты в этом направлении были получены Клемесом и Харе. Цель проекта — попытаться улучшить результаты Клемеса и Харе, то есть еще больше приблизиться к оптимальному условию на интервалы. Предварительно планируется изучить ситуацию, когда вместо тригонометрической системы рассматривается базис Уолша. Для решения задачи предполагается использовать вероятностные методы.