

**МНОГООБРАЗИЯ С ДЕЙСТВИЕМ ТОРА:
ТОПОЛОГИЯ, КОМПЛЕКСНАЯ И ЛАГРАНЖЕВА ГЕОМЕТРИЯ.
КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ЗАЯВКИ**

Проект посвящен исследованиям по топологии, комплексной и симплектической геометрии пространств с действием тора. Данный проект будет реализован в рамках исследований по *торической топологии* — новой активно развивающейся области на стыке эквивариантной топологии, симплектической и алгебраической геометрии и комбинаторики.

Объектом исследования являются *момент-угол-многообразия*, а также связанные с ними классы многообразий с действием тора — *торические* и *квазиторические* многообразия.

Момент-угол-комплексы \mathcal{Z}_K представляют собой пространства с действием тора, параметризуемые конечными симплицальными комплексами K . Они являются одними из основных объектов исследования в торической топологии, а также приобретают всё больший интерес в теории гомотопий. Благодаря их комбинаторному происхождению, момент-угол-комплексы находят приложения в комбинаторной геометрии и коммутативной алгебре.

Конструкция момент-угол комплекса \mathcal{Z}_K восходит к работе Дэвиса–Янушкевича по квазиторическим многообразиям; позднее \mathcal{Z}_K был описан Бухштабером и Пановым как некоторый комплекс, построенный из полидисков и торов, а также как *дополнение конфигурации координатных подпространств* (с точностью до гомотопии). В случае, когда K — триангуляция сферы, \mathcal{Z}_K является топологическим многообразием, называемым *момент-угол-многообразием*. Триангуляции, двойственные к простым многогранникам P , предоставляют важный класс триангуляций сфер; соответствующие момент-угол-многообразия являются гладкими и обозначаются \mathcal{Z}_P . Многообразия \mathcal{Z}_P , соответствующие *многогранникам Дельзанта*, тесно связаны с конструкцией *гамильтоновых торических многообразий* при помощи симплектической редукции: \mathcal{Z}_P возникает как множество уровня отображения моментов и вкладывается в \mathbb{C}^m как невырожденное пересечение вещественных квадрик. Топология пространств \mathcal{Z}_K и многообразий \mathcal{Z}_P достаточно сложна даже для малых K и P . Кольцо когомологий \mathcal{Z}_K было описано Бухштабером и Пановым. Позднее разными авторами были описаны явные гладкие и гомотопические типы некоторых конкретных семейств \mathcal{Z}_K и \mathcal{Z}_P .

С другой стороны, многообразия, получаемые как пересечения квадрик, возникали в голоморфной динамике как пространства листов голоморфных слоений в \mathbb{C}^m . Их изучение привело к открытию нового класса компактных некэлеровых комплексных многообразий в работах Лопеса де Медрано–Верховского и Мерсмана, ныне известных как *LVM-многообразия*. Как было обнаружено Босио и Мерсманом, гладкие многообразия, соответствующие широкому классу LVM-многообразий, представляют собой в точности момент-угол-многообразия \mathcal{Z}_P . Тем самым многообразия \mathcal{Z}_P приобретают некэлеровы комплексные структуры, обобщающие известные семейства *многообразий Хопфа* и *Калаби–Экмана*.

Исследования будут сосредоточены на следующих аспектах момент-угол-многообразий.

Топология. Ожидается получение новых результатов о топологии момент-угол-комплексов и многообразий как геометрическими, так и гомотопическими методами. В частности, используя высшие скобки Уайтхеда, планируется получить описание гомотопического типа \mathcal{Z}_K для серий нефлаговых комплексов и многогранников.

Комплексная геометрия. Описание мероморфных функций, дивизоров и общих подмногообразий в некэлеровых момент-угол-многообразиях, вычисление и комбинаторная трактовка их чисел Ходжа.

Лагранжева геометрия. Построение новых примеров гамильтоново минимальных лагранжевых подмногообразий в комплексных проективных пространствах и торических многообразиях и исследование геометрии связанных с ними интегрируемых гамильтоновых систем.

Момент-угол-комплексы \mathcal{Z}_K и связанные с ними торические пространства соединяют такие области, как комбинаторная геометрия, коммутативная и гомологическая алгебра, комплексная и лагранжева геометрия. Любое существенное продвижение в понимании топологии и геометрии \mathcal{Z}_K сразу приведёт к обширным приложениям в этих областях.