

Краткое изложение заявки Потапова Дмитрия Константиновича

В последнее время все большее внимание уделяется изучению уравнений с разрывными нелинейностями. Такие уравнения вызывают интерес как в теоретических исследованиях, так и при решении многих прикладных задач. Разработка математического аппарата разрешимости уравнений с разрывными нелинейностями является актуальной задачей. Проблема существования решений задачи Штурма-Лиувилля с разрывной нелинейностью изучалась в работах зарубежных математиков S. Carl и S. Heikkilä (2005 г.), G. Bonanno и G.M. Bisci (2009 г.), G. Bonanno и S.M. Buccellato (2010 г.). В работах отечественных математиков данная проблема не рассматривалась. Данный проект является развитием исследований в этом направлении.

Предполагается изучение задачи Штурма-Лиувилля с разрывной по фазовой переменной нелинейностью. Полученные ранее результаты для уравнений со спектральным параметром и разрывным оператором планируется распространить на искомую спектральную задачу. В качестве приложения предполагается рассмотреть одномерный аналог модели Гольдштика отрывных течений несжимаемой жидкости.

Основным содержанием настоящего проекта является изучение разрешимости задачи Штурма-Лиувилля с разрывной по фазовой переменной нелинейностью. Предусматривается изучение существования сильных, полуправильных и правильных решений рассматриваемой задачи. Проблему существования решений задачи Штурма-Лиувилля с разрывной нелинейностью предполагается изучать, в основном, вариационным методом, развитым применительно к уравнениям с разрывными операторами. При исследовании разрешимости будут использованы современные методы функционального анализа. Задачи с разрывной нелинейностью предполагается изучать в случаях, когда методы нелинейного анализа в традиционном виде неприменимы. Тем самым разрабатываются новые подходы к решению задач нелинейного анализа. Все методы и подходы носят приоритетный характер и отвечают современному уровню математической строгости.

Планируется установить новые теоремы о существовании решений и оценках дифференциального оператора задачи Штурма-Лиувилля с разрывной по фазовой переменной нелинейностью, получить доказательство теоремы о свойствах «разделяющего» множества для исследуемой спектральной задачи. Предполагается рассмотреть непрерывную аппроксимацию задачи Штурма-Лиувилля с разрывной нелинейностью и доказать теорему о близости решений аппроксимирующей и исходной задач. Планируется установить новые теоремы о существовании решений соответствующих задач оптимального управления, топологических свойствах множества допустимых пар «управление – состояние». Предполагается установить теорему о существовании решений вариационного неравенства в задаче Штурма-Лиувилля с разрывной нелинейностью. В качестве приложения ожидаемых результатов планируется рассмотреть одномерный аналог модели Гольдштика.

В отличие от работ других авторов в данном проекте предполагается ослабить ограничения на множество точек разрыва нелинейности, рассмотреть полуправильные и правильные решения, получить дополнительно оценки дифференциального оператора, изучить обобщения уравнений на вариационные неравенства и т.д.

Ожидаемые научные результаты будут соответствовать мировому уровню, а по ряду позиций будут опережать аналогичные мировые разработки в данной области науки.