ОТЧЕТ О НАУЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
Масловой Натальи Владимировны
в 2014–2016 гг.

Основные полученные в 2014–2016 гг. результаты:

Спектром конечной группы G называется множество $\omega(G)$ порядков всех ее элементов. Множество всех простых чисел, входящих в спектр группы G, называется *простым спектром группы* G и обозначается через $\pi(G)$. Спектр $\omega(G)$ определяет *граф Грюнберга–Кегеля* (или *граф простых чисел*) $\Gamma(G)$ группы G, вершинами которого являются простые числа из $\pi(G)$, и две различные вершины r и s смежны тогда и только тогда, когда число rs принадлежит множеству $\omega(G)$.

Граф Грюнберга-Кегеля $\Gamma(G)$ конечной группы G можно понимать как некоторый абстрактный граф на $|\pi(G)|$ вершинах, все вершины которого помечены различными простыми числами из $\pi(G)$ так, что две различные вершины, помеченные простыми числами p и q, смежны тогда и только тогда, когда группа G содержит элемент порядка pq. Будем говорить, что граф Γ реализуется как граф Грюнберга–Кегеля конечной группы G, если существует пометка вершин графа Γ числами из простого спектра группы G такая, что помеченный граф равен графу Грюнберга–Кегеля группы G. Возникает следующий вопрос: реализуется ли данный граф как граф Грюнберга-Кегеля конечной группы?

Из теоремы Грюнберга-Кегеля и результатов Уильямса (J. Algebra. 1981. Vol. 69, no. 2. P. 487–513) и Кондратьева (Мат. сб. 1989. Т. 180, № 6. С. 787–797), следует, что этот вопрос решается отрицательно для коклики с числом вершин не менее 5. В 2014 г. автором совместно с А.Л. Гаврилюком, А.С. Кондратьевым и И.В. Храмцовым [2] поставленный вопрос был исследован для графов, имеющих не более 5 вершин. Было показано, что если Γ — граф, имеющий не более 5 вершин и не являющийся 5-кокликой, то Γ реализуется как граф Грюнберга-Кегеля конечной группы.

В 2016 г. автором совместно с Д. Пагоном [9] было показано, что полный двудольный граф $\Gamma = K_{m,n}$ реализуется как граф Грюнберга–Кегеля конечной группы тогда и только тогда, когда $m + n \leq 6$ и $(m, n) \neq (3, 3)$. Кроме того, было показано, что если $(m, n) \notin \{(1, 5), (5, 1)\}$, то существует бесконечно много групп с попарно различными простыми спектрами таких, что Γ реализуется как граф Грюнберга–Кегеля каждой из них. Если же $(m, n) \in \{(1, 5), (5, 1)\}$ и Γ реализуется как граф Грюнберга–Кегеля конечной группы G, то $\pi(G) = \{2, 3, 7, 13, 19, 37\}$, $O_2(G) \neq 1$ и $G/O_2(G) \cong {}^2G_2(27)$.

Если H — подгруппа конечной группы G, то $\omega(H)$ является подмножеством $\omega(G)$, $\pi(H)$ является подмножеством $\pi(G)$ и $\Gamma(H)$ является подграфом $\Gamma(G)$. Конечная группа G называется *минимальной относительно простого спектра* (соответственно *минимальной относительно графа Грюнберга–Кегеля*), если $\pi(G) \neq \pi(H)$ (соответственно $\Gamma(G) \neq \Gamma(H)$) для любой собственной (эквивалентно, для любой максимальной) подгруппы H из G.

Во время беседы, имевшей место на Международной конференции по теории групп, посвященной 70-летию В.Д. Мазурова (г. Новосибирск, июль 2013 г.), Кристофер Паркер (Великобритания) обратил внимание автора на исследование вопроса о совпадении графов Грюнберга–Кегеля конечной группы и ее собственной подгруппы. Этот вопрос был решен автором в 2014 году для конечных простых групп. Легко понять, что конечная группа, минимальная относительно простого спектра, минимальна относительно графа Грюнберга–Кегеля. Основной массив конечных простых групп входит в класс групп, минимальных относительно простого спектра, как это вытекает из результата М. Либека, Ч. Прэгер и Я. Саксла (см. J. Algebra. 2000. Vol. 234. P. 291–361), однако существует пять бесконечных серий и несколько отдельных конечных простых групп, которые не минимальны относительно простого спектра. С использованием указанного результата автором было получено описание всех случаев совпадения графа Грюнберга–Кегеля конечной простой группы и ее собственной подгруппы. Критерий совпадения графов Грюнберга–Кегеля конечной простой знакопеременной группы и ее собственной подгруппы получен по модулю расширенной бинарной гипотезы Гольдбаха, для остальных конечных простых групп критерий от нее не зависит. Результат был опубликован в [1] в марте 2014 г., 30 июля 2014 г. аналогичный результат (с иным доказательством) был размещен на сайте arXiv алгебраистами из Великобритании Тимоти Бёрнсом и Элисой Ковато (см. arXiv:1407.8128).

В 2016 году автором было продолжено исследование вопроса совпадения графов Грюнберга–Кегеля неизоморфных групп. Ранее Грубером и др. (J. Algebra. 2015. Vol. 442. P. 397–422) было показано, что абстрактный граф изоморфен графу Грюнберга–Кегеля разрешимой группы тогда и только тогда, когда его дополнение 3-раскрашиваемо и не содержит треугольников (последнее условие равносильно тому, что сам граф не содержит 3-коклик). Автором совместно с И.Б. Горшковым [14] получено полное описание конечных почти простых групп, графы Грюнберга–Кегеля которых не содержат 3-коклик. С использованием этого описания доказано, что для конечной почти простой группы G следующие условия эквивалентны:

$\Gamma(G)$ не содержит 3-коклик;

$\Gamma(G)$ изоморфен (как абстрактный граф) графу Грюнберга–Кегеля некоторой разрешимой группы;

$\Gamma(G)$ равен графу Грюнберга–Кегеля некоторой разрешимой группы.

Группа G называется *критической по спектру* (соответственно *критической по простому спектру*), если для любых подгрупп K и L группы G таких, что K — нормальная подгруппа в L, из равенства $\omega(L/K) = \omega(G)$ (соответственно $\pi(L/K) = \pi(G)$) следует, что $L = G$ и $K = 1$. Понятие критической по спектру (или ω-критической) группы было введено в работе В.Д. Мазурова и В. Ши (Алгебра и логика, 2012, Т. 51, № 2, с. 239–243), в этой же работе был поставлен вопрос: *Верно ли, что конечная простая группа, не изоморфная* $P\Omega_8^+(2)$ *и* $P\Omega_8^+(3)$*, является критической по спектру*? В 2015 г. автором [4] был дан отрицательный ответ на этот вопрос. Более того, автором [4] были описаны все тройки (G, K, L) со следующим свойством: G — конечная простая группа, K и L — подгруппы в G такие, что K — нормальная подгруппа в L и $\omega(L/K) = \omega(G)$.

Пусть π - некоторое множество простых чисел. Подгруппа H группы G называется π-холловой подгруппой, если порядок H делится только на числа из π, а индекс $|G : H|$ взаимно прост с порядком H. Подгруппа H группы G называется холловой, если порядок $|H|$ и индекс $|G : H|$ взаимно просты.

Любая группа, являющаяся критической по простому спектру, будет также критической по спектру и минимальной относительно простого спектра. С другой стороны, исследование групп, критических по простому спектру, можно свести к исследованию групп, минимальных относительно простого спектра, поскольку в 2015 г. автором [4] было показано, что минимальная относительно простого спектра группа G является группой, критической по простому спектру, если, и только если ее подгруппа Фиттинга $F(G)$ является холловой подгруппой в G.

В.С. Монахов в (Мат. заметки. 2008. Т. 84, № 3. С. 390–394) начал изучение групп G со следующим свойством: для фиксированного множества π простых чисел все максимальные подгруппы G, индексы которых являются π-числами, холловы. Основной результат работы В.С. Монахова полностью описывает π-разрешимые группы (т. е. группы, обладающие (суб)нормальными рядами, каждый фактор которых либо абелев, либо π'-группа) с указанным свойством: это, в точности, группы, в которых главные π-факторы изоморфны силовским подгруппам.

Строение произвольных групп с указанным свойством более сложно и зависит от множества π. Ранее автором совместно с Д.О. Ревиным (Мат. тр. 2012. Т. 15, № 2. С. 105–126) полностью исследован вопрос о строении таких групп в ситуации, когда π совпадает с множеством всех простых чисел, т. е. групп, в которых все максимальные подгруппы холловы (данная ситуация была особо выделена В.С. Монаховым, который в 2010 г. записал под номером 17.92 в "Коуровскую тетрадь" соответствующий вопрос). Автором (Сиб. мат. журн., 2012, т. 53, № 5, с. 1065–1076) было показано, что неабелевы композиционные факторы таких групп изоморфны группам из множества $\{PSL_2(7), PSL_2(11), PSL_5(2)\}$, а затем в совместной работе с Д.О. Ревиным (Мат. тр., 2012, т. 15, № 2, с. 105–126) получено полное описание нормального строения таких групп.

В 2016 г. исследовался случай, когда π совпадает со множеством всех нечетных простых чисел. Автором совместно с Д.О. Ревиным [10] доказано, что неабелевы композиционные факторы конечной группы, в которой все максимальные подгруппы нечетных индексов холловы, изоморфны группам из следующего списка: $PSL_2(2^l)$, где $l \geq 2$; (2) $PSL_2(p^l)$, где p — нечетное простое число и либо $l = 2^w \geq 2$, либо $l = 1$ и $p \equiv \pm 1 \pmod 8$, либо $l = 1$ и $p \equiv \pm 5, \pm 11, \pm 13, \pm 29 \pmod{72}$; $PSL_3(2^{2l-1})$, где $l \geq 1$; $PSL_5(2^l)$, где l не делится на 4; $PSL_n(p)$, где n — простое число Ферма, p — нечетное простое число, $(n, p-1) = 1$ и если $p \equiv 1 \pmod 4$, то $p > n$ и для любого простого числа $r \leq n$ либо r делит $p-1$, либо $[n/r] = [n/(r-1)]$, $(p^{r-1}-1)_r = r$ и $r - 1 = \min\{i \in \mathbb{N} \mid p^i \equiv 1 \pmod r\}$; $PSp_4(2^l)$, где $l \geq 2$; $Sz(2^{2l+1})$, где $l \geq 1$; A_n, где $n = 6$ или n — простое число Ферма; J_1, M_{23}. Кроме того, показано, что для каждой простой группы S из приведенного списка найдется группа G, в которой все максимальные подгруппы нечетных индексов холловы и цоколь которой изоморфен S.

Группу G будем называть группой с холловыми максимальными подгруппами, если каждая максимальная подгруппа группы G холлова. Любая группа с холловыми максимальными подгруппами минимальна относительно простого спектра. Ранее автором совместно с Д.О. Ревиным в связи с исследованием гипотезы П. Шумяцкого (см. проблему 17.125 из "Коуровской тетради") было показано, что каждая конечная группа с холловыми максимальными подгруппами порождается парой сопряженных элементов (Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН, 2013, т. 19, № 3, с. 199–206). Отметим, что существуют группы, минимальные относительно простого спектра, неабелевы композиционные факторы которых изоморфны группам из множества $\{PSL_2(7), PSL_2(11), PSL_5(2)\}$, не являющиеся, однако, группами с холловыми максимальными подгруппами. В 2015 г. автором [5] было показано, что если G — конечная группа, минимальная относительно простого спектра, неабелевы композиционные факторы которой изоморфны группам из множества $\{PSL_2(7), PSL_2(11), PSL_5(2)\}$, то G порождается двумя сопряженными элементами. Кроме того, автором [5] было исследовано нормальное строение конечной минимальной относительно простого спектра группы, имеющей в качестве неабелева композиционного фактора конечную простую группу S такую, что $|\pi(S)| = 3$.

Хорошо известно, что в конечной разрешимой группе все максимальные подгруппы разрешимы и имеют примарные индексы. Однако обратное утверждение неверно: существуют конечные неразрешимые группы, в которых каждая максимальная подгруппа разрешима и имеет примарный индекс. Пример такой группы дает конечная простая группа $PSL_2(7)$. Гуральником (J. Algebra. 1983. Vol. 81, no. 2. P. 304–311) были описаны максимальные подгруппы примарных индексов в неабелевых простых группах и строение групп, в которых каждая максимальная подгруппа имеет примарный индекс. Неразрешимые группы, все локальные подгруппы которых разрешимы, были изучены в классической работе Томпсона (Bull. Amer. Math. Soc. 1968. Vol. 74, no. 3. P. 383–437). Многими авторами изучались группы, в которых каждая подгруппа непримарного индекса (не обязательно максимальная) является группой, близкой к нильпотентной. Например, П.П. Барышовец (Ukrain. Math. J. 1981. Vol. 33, no. 1. P. 37–39) доказал, что группами $PSL_2(5)$, $PSL_2(7)$, $SL_2(5)$ и $SL_2(7)$ исчерпываются все группы, в которых каждая подгруппа непримарного индекса нильпотентна или является группой Шмидта (минимальной ненильпотентной группой). Ослабив условия и рассмотрев конечные группы, в которых неразрешимые максимальные подгруппы имеют примарные индексы, получаем более широкий класс групп. Возникают следующие вопросы: каково строение неразрешимой группы, все неразрешимые максимальные подгруппы которой имеют примарные индексы, и, в частности, каковы неабелевы композиционные факторы такой группы? В 2014 г. на последний вопрос автором совместно Е.Н. Бажановой (Деминой) [3] был получен исчерпывающий ответ.

В соответствии с определением Ф. Холла, подгруппа H группы G называется *пронормальной*, если для любого элемента $g \in G$ подгруппы H и H^g сопряжены в подгруппе $\langle H, H^g \rangle$.

Понятие пронормальной подгруппы обобщает понятие нормальной подгруппы, поэтому особый интерес представляет исследование пронормальных подгрупп в простых группах. Хорошо известно, что в любой конечной группе пронормальными являются максимальные подгруппы (в частности, имеющие нечетный индекс), силовские подгруппы (в частности, силовские 2-подгруппы) и подгруппы, содержащие нормализатор силовской подгруппы (в частности, надгруппы нормализатора силовской 2-подгруппы). В работе Е.П. Вдовина и Д.О. Ревина (Сиб. матем. журн. 2012. Т 53, № 3. С. 527–542) была высказана гипотеза о том, что в конечной простой группе подгруппы нечетных индексов пронормальны.

В 2015 году автором совместно с А. С. Кондратьевым и Д. О. Ревиным [8] было доказано, что подгруппы нечетных индексов пронормальны в любой конечной простой группе, изоморфной одной из следующих групп: A_n, $n \geq 5$; одной из 26 спорадических групп; группе лиева типа на полем характеристики 2; $PSL_{2^n}(q)$;

$PSU_{2^n}(q)$; $PSp_{2n}(q)$, где $q \not\equiv \pm 3 \pmod 8$; $P\Omega^{\varepsilon}_{2n+1}(q)$; $P\Omega^{\varepsilon}_{2n}(q)$, где $\varepsilon \in \{+\}$; исключительной группе лиева типа, отличной от $E_6(q)$ и ${}^2E_6(q)$.

В 2016 г. автором совместно с А.С. Кондратьевым и Д.О. Ревиным [12] показано, что конечная простая группа $PSp_{6n}(q)$, где $q \equiv \pm 3 \pmod 8$, содержит непронормальную подгруппу нечетного индекса. В дальнейшем планируется продолжить исследование вопроса пронормальности подгрупп нечетных индексов в конечных группах.

Граф Γ называется графом Деза, если Γ регулярен, и число общих соседей пары произвольных различных вершин принимает одно из двух значений, которое, в отличие от сильно регулярного графа, не обязательно определяется смежностью вершин. Точным графом Деза называется граф Деза диаметра 2, не являющийся сильно регулярным графом. В 1992 году Гарднер и др. (Discrete Math. 1992. Vol. 103. P. 161–170) показали, что сильно регулярный граф, содержащий вершину с несвязной второй окрестностью, является полным многодольным графом с долями одинакового размера, больше, либо равного 2.

В 2016 г. автором совместно с С.В. Горяиновым, Г.С. Исаковой, В.В. Кабановым и Л.В. Шалагиновым [11] исследованы точные графы Деза с несвязной второй окрестностью и получены следующие результаты. Показано, что точный граф Деза, у которого вторая окрестность каждой вершины несвязна, является либо реберно регулярным, либо кореберно регулярным. В случае, когда такой граф реберно регулярен, показано, что он является s-кликовым расширением сильно регулярного графа с параметрами (n, k, λ, μ), где $s \geq 2$ и $\lambda = \mu$. В случае, когда такой граф кореберно регулярен, показано, что он является 2-кликовым расширением полного многодольного графа с долями одинакового размера больше, либо равного 3. В частности, в рамках данного исследования автором был рассмотрен реберно регулярный случай.

Все запланированные исследования выполнены. Кроме того, по итогам работы автором подготовлено три обзорных статьи [6], [7] и [13].

Список основных опубликованных или принятых к печати в 2014–2016 гг. работ:

1. Н. В. Маслова, О совпадении графов Грюнберга–Кегеля конечной простой группы и ее собственной подгруппы // Тр. ИММ УрО РАН. 2014. Т. 20, № 1. С. 156–168.

2. A. L. Gavrilyuk, I. V. Khramtsov, A. S. Kondrat'ev, N. V. Maslova, On realizability of a graph as the prime graph of a finite group // Сиб. электрон. матем. изв. 2014. Т. 11. С. 246–257.

3. Е. Н. Демина, Н. В. Маслова, Неабелевы композиционные факторы конечной группы с арифметическими ограничениями на неразрешимые максимальные подгруппы // Тр. ИММ УрО РАН. 2014. Т. 20, № 2. С. 122–134.

4. Н. В. Маслова, Конечные простые группы, не являющиеся критическими по спектру // Тр. ИММ УрО РАН. 2015. Т. 21, № 1. С. 172–176.

5. Н. В. Маслова, О конечных группах, минимальных относительно простого спектра // Тр. ИММ УрО РАН. 2015. Т. 21, № 3. С. 222–232.

6. Н. В. Маслова, Конечные группы с арифметическими ограничениями на максимальные подгруппы // Алгебра и логика. 2015. Т. 54, № 1. С. 95-102.

7. N.V. Maslova, D.O. Revin, On the normal structure of a finite group with restrictions on the maximal subgroups // Groups St Andrews 2013. London Mathematical Society Lecture Note Series, 422, eds. C. M. Campbell, M. R. Quick, E. F. Robertson, C. M. Roney-Dougal. Cambridge: Cambridge University Press, 2015. P. 428–435.

8. А. С. Кондратьев, Н. В. Маслова, Д. О. Ревин, О пронормальности подгрупп нечетного индекса в конечных простых группах // Сибирский математический журнал. 2015. Т. 56, № 6. С. 1375–1383.

9. N. V. Maslova, D. Pagon, On the realizability of a graph as the Gruenberg–Kegel graph of a finite group // Сиб. электрон. матем. изв. 2016. Т. 13. С. 89–100.

10. Н. В. Маслова, Д. О. Ревин, Неабелевы композиционные факторы конечной группы, все максимальные подгруппы нечетных индексов которой холловы // Тр. ИММ УрО РАН. 2016. Т. 22, № 3. С. 178–187.

11. С. В. Горяинов, Г. С. Исакова, В. В. Кабанов, Н. В. Маслова, Л. В. Шалагинов, О графах Деза с несвязной второй окрестностью вершины // Тр. ИММ УрО РАН. 2016. Т. 22, № 3. С. 50–61.

12. А. С. Кондратьев, Н. В. Маслова, Д. О. Ревин, Критерий пронормальности добавлений к абелевым нормальным подгруппам // Тр. ИММ УрО РАН. 2016. Т. 22, № 1. С. 153–158.

13. N.V. Maslova, On the Gruenberg–Kegel graphs of finite groups // CEUR-WS. 2016. Vol.1662: Modern Problems in Mathematics and its Applications – MPMA 2016 : 47th International Youth School-conference, Yekaterinburg, Russia, January 31 - February 6, 2016: proceedings. P. 26-31.

14. И.Б. Горшков, Н.В. Маслова, Конечные почти простые группы с графами Грюнберга–Кегеля как у разрешимых групп // Алгебра и логика, принята к печати.

Участие в 2014–2016 гг. в конференциях и школах:

1. "Современные проблемы математики и ее приложений": 45-я молодежная школа-конференция, посвященной 75-летию В.И. Бердышева. г. Екатеринбург, 2-8 февраля 2014 г. - 2 секционных доклада, 8-11 июня 2014 г. - пленарный доклад (лекция).

2. Международная конференция "Алгебра и математическая логика: теория и приложения". г. Казань, 2-6 июня 2014 г. - секционный доклад.

3. Международная конференция "Квантовая и классическая топология трехмерных многообразий", санаторий "Юбилейный"(г. Магнитогорск), 5-18 июля 2014 г. - стендовый доклад.

4. Международная молодёжная школа-конференция "Алгоритмические вопросы теории групп и смежных областей". г. Новосибирск, 28 июля - 8 августа, 2014 г. - секционный доклад.

5. Summer School in Coherent Configurations, Permutation Groups and Applications in Algebraic Graph Theory 2014, August 31 - September 5, 2014, Atrium Hotel, Novy Smokovec, Slovakia. - секционный доклад.

6. Международная конференция по алгебре, посвященная 100-летию со дня рождения Л.А. Калужнина. Нальчик, 6-11 сентября 2014 г. - пленарный доклад.

7. Международная школа-конференция по теории групп, посвященная 70-летию В.В. Кабанова. Нальчик, 11-14 сентября 2014 г. - секционный доклад.

8. Российско-словенский семинар «Graphs and Groups, Cycles and Coverings» G2C2. Новосибирск, 23–26 сентября 2014 г. - секционный доклад.

9. VI Международный симпозиум «Абелевы группы», посвященный 100-летию со дня рождения Леонида Яковлевича Куликова. Москва, 2-6 ноября 2014 г. - секционный доклад.

10. Международная конференция «Мальцевские чтения» 2014. Новосибирск, 10-13 ноября 2014 г. - пленарный и секционный доклады.

11. "Современные проблемы математики и ее приложений": 46-я Международная молодежная школа-конференция, г. Екатеринбург, 25-31 января 2015 г. - пленарный доклад (лекция).

12. Международная конференция "Мальцевские чтения 2015", посвященная 75-летию академика РАН Ю. Л. Ершова. Новосибирск, 3-7 мая 2015 г. - два секционных доклада.

13. Конференция математиков "Встреча поколений" Фонда "Династия". Москва, 9–11 июня 2015 г. - доклад.

14. Международная конференция "Discrete Mathematics, Algebra and Their Applications". Минск, 14-18 сентября 2015 г. - секционный доклад

15. Международная конференция "Groups and Graphs, Algorithms and Automata". Екатеринбург, 9-15 августа 2015 г. - пленарный доклад

16. "Theoretical and computational methods in dynamical systems and fractal geometry". Марибор, Словения, 7-11 апреля 2015 г. - доклад

17. "Современные проблемы математики и ее приложений": 47-я Международная молодежная школа-конференция, г. Екатеринбург, 31 января – 6 февраля 2016 г. - секционный доклад.

18. Международная конференция "Мальцевские чтения 2016". Новосибирск, 21–25 ноября 2016 г. - секционный доклад.

19. Международная научная конференция "XII Белорусская математическая конференция". Минск, 5-10 сентября 2016 г. - секционный доклад.

20. Международная конференция "Graphs and Groups, Spectra and Symmetries". Новосибирск, 15-29 августа 2016 г. - 2 секционных доклада.

21. International Workshop on Algebraic Combinatorics at Anhui University, October 28-31, 2016 - секционный доклад.

22. Международная молодёжная школа-конференция "Алгоритмические вопросы теории групп и смежных областей", Новосибирск, 25 июля - 5 августа, 2016 - секционный доклад.

Работа в научных центрах и международных группах 2016 г.:

1. Визит в Словению, г. Марибор, Университет г. Марибора (Univerza v Mariboru) и г. Копер, Университет Приморска (University of Primorska), апрель 2015 г.

Выступление на семинаре: "Seminar Oddelka za matematiko in racunalnistvo FNM UM", Марибор, Словения, 8 апреля 2015 г.
Тема доклада: "On spectrum non-critical finite simple group".

Выступление на семинаре "Raziskovalni matematicni seminar FAMNIT UP", Копер, Словения, 16 апреля 2015 г.
Тема доклада: "On the finite groups which are spectrum minimal, prime spectrum minimal or prime graph minimal".

Совместная научная работа с проф. Д. Пагоном (Марибор, Словения).

2. Визит в Китай, г. Хефей, University of Science and Technology of China, март-апрель 2016.

Выступление на семинаре: "5th USTC-AHU Joint seminar", Хефей, Китай, 26 марта 2016 г.
Тема доклада: "On the finite groups and their Gruenberg-Kegel graphs".

Выступление на семинаре: "Group Theory Seminar at the University of Science and Technology of China", Хефей, Китай, 5 апреля 2016 г.
Тема доклада: "On the normal structure of finite groups with arithmetical restrictions to their maximal subgroups".

3. Визит в Китай, г. Хефей, Anhui University, октябрь 2016.

Выступление на семинаре: "Group Theory Seminar at the University of Science and Technology of China", Хефей, Китай, 21 октября 2016 г.
Тема доклада: "On the pronormality of subgroups of odd indices in finite simple groups".

Совместная научная работа с проф. В. Го и его аспирантом Ч. Жан (Хефей, Китай).

4. Визит в Словению, г. Марибор, Университет г. Марибора (Univerza v Mariboru) и г. Копер, Университет Приморска (University of Primorska), ноябрь 2016.

Выступление на семинаре: "Seminar Oddelka za matematiko in racunalnistvo FNM UM", Марибор, Словения, 2 ноября 2016 г.
Тема доклада: "On finite groups and their Gruenberg-Kegel graphs".

Выступление на семинаре "Raziskovalni matematicni seminar FAMNIT UP", Копер, Словения, 7 ноября 2016 г.
Тема доклада: "On the pronormality of subgroups of odd indices in finite simple groups".

Совместная научная работа с проф. Д. Пагоном (Марибор, Словения).

5. Визит в Нидерланды, г. Лейден, Университет г. Лейдена (Univerza v Mariboru), ноябрь 2016.

Выступление на семинаре "Algebra, geometry and number theory serninar of the Mathematical Institute, University of Leiden, The Netherlands", Лейден, Нидерланды, 16 ноября 2016 г.
Тема доклада: "On finite groups and their Gruenberg-Kegel graphs".

Научно-организационная деятельность в 2016 г.:

1. Участник оргкомитета и программного комитета 45-й молодежной школы-конференции "Современные проблемы математики и ее приложений", посвященной 75-летию В.И. Бердышева.
http://conf.uran.ru/default.aspx

2. Участник оргкомитета и программного комитета 46-й Международной молодежной школы-конференции "Современные проблемы математики и ее приложений".
http://conf.uran.ru/default.aspx?con=99

3. Участник оргкомитета и программного комитета The International Conference and PhD Summer School "Groups and Graphs, Algorithms and Automata". http://g2a2.imm.uran.ru

4. Участник оргкомитета и программного комитета 47-й Международной молодежной школы-конференции "Современные проблемы математики и ее приложений".
http://conf.uran.ru/default.aspx?con=99

5. Участник программного комитета The International Conference and PhD Summer School "Graphs and Groups, Spectra and Symmetries".
http://g2s2.imm.uran.ru

Преподавательская деятельность в 2014–2016 гг.:

1. Специализированный семинар "Теория групп" для студентов 2-4 курсов и магистратуры Института математики и компьютерных наук УрФУ (2014–2015, 2015–2016, 2016–2017 уч.гг.).

2. Лекционный курс "Теория групп" для студентов магистратуры Факультета математики и естественных наук Университета города Марибора (Словения, 2016–2017 уч.г. в рамках программы Erasmus+).

3. Лекционный курс "Теория конечных полей" для студентов 2 курса Института математики и компьютерных наук УрФУ (2015–2016 уч.г.).

4. Лекционный курс "Теория информации" для студентов 4 курса Института математики и компьютерных наук УрФУ (2015–2016, 2016–2017 уч.гг.).

5. Лекционный курс "Дискретная математика" для студентов 2 курса Высшей школы экономики и менеджмента УрФУ (2014–2015 уч.г.).

6. Руководство курсовыми работами (совместно с И.В. Храмцовым) студентов 3 курса Института математики и компьютерных наук УрФУ Кирилла Якунина и Ксении Венско (2013–2014 уч.г.).

Работа со школьниками в 2014–2016 гг.:

Председатель жюри Вузовско-академической олимпиады школьников по математике, проводимой ИММ УрО РАН и УрФУ в г. Екатеринбурге в 2014, 2015 и 2016 гг.
http://acm.urfu.ru/vuzakadem/matem/2016/