

**Отчет о научной и педагогической деятельности по гранту фонда
«Династия» (конкурс 2013 года) за 2014 год**

НЕТАЙ ИГОРЬ ВИТАЛЬЕВИЧ

1. РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ В 2014 ГОДУ

1.1. Сизигии однородных пространств и минимальные резольвенты.

Проводилось исследование сизигий проективных вложений однородных пространств. Данные вложения получаются как проективизации орбит вектора старшего веса под действием редуктивной группы в проективизации некоторого её представления. В общем случае вычисление сизигий таких вложений является трудной задачей, включающей ряд нерешённых проблем. Получены результаты, описывающие сизигии квадратичного вложения Веронезе. Сформулированы достаточные условия на представление редуктивной группы, при которых вычисления сизигий вложения допускают аналогичное исследование. Классифицированы все неприводимые представления редуктивных групп, удовлетворяющие этим условиям. Аналогичные построения позволяют строить минимальные резольвенты не только для проективной координатной алгебры проективного многообразия, но и для некоторых модулей над ней. В частности, это приводит к вычислению минимальных резольвент обратимых пучков на образе вложения. Такие резольвенты построены в случае квадратичного вложения Веронезе.

1.2. Послойно мультипликативные роды Хирцебруха. Каждый род Хирцебруха L_f задаётся формальным рядом f . Проводились исследования родов Хирцебруха, мультипликативных относительно расслоений с заданным слоем. Род L_f называется мультипликативным относительно многообразия F , если для любого расслоения $M \rightarrow B$ со слоем F выполнено равенство $L_f(M) = L_f(B)L_f(F)$. Опанин заметил, что многие роды не являются мультипликативными. Известен результат Опанина о том, что единственным родом, мультипликативным относительно расслоений ориентированных многообразий со слоем, изоморфным $\mathbb{P}_{\mathbb{C}}^{2n+1}$, $n \geq 0$, является род, задаваемый функцией эллиптического синуса.

Проводились исследования мультипликативных родов Хирцебруха в классе расслоений стабильно комплексных многообразий. В. М. Бухштабер и Е. Ю. Нетай классифицировали роды Хирцебруха, мультипликативные относительно \mathbb{P}^2 . Совместно с В. М. Бухштабером и Е. Ю. Нетай были классифицированы роды Хирцебруха, мультипликативные относительно \mathbb{P}^3 .

1.3. Конфигурации точек в евклидовых пространствах. Рассмотрим конфигурацию, состоящую из нескольких точек, лежащих в евклидовом пространстве. На расстояния между точками существуют соотношения. Например, если взять 3 точки на плоскости, то квадрат площади треугольника является многочленом от квадратов длин сторон. Если точки лежат на одной

прямой, то площадь равна нулю, и соответствующий многочлен задаёт соотношение на расстояния. Аналогичным образом, если рассмотреть n точек в d -мерном пространстве, то возникают соотношения Кэли–Менгера, выражающие объёмы $(d + 1)$ -мерных симплесов через квадраты расстояний между точками, соответствующими вершинам. В известной работе Менгера 1931 г. изучалась задача евклидовости конечных метрических пространств. А именно, изучались соотношения на расстояния между наборами точек в евклидовом пространстве. В этой работе были сформулированы необходимые и достаточные условия евклидовости конечных метрических пространств в терминах соотношений на расстояния.

Совместно с А. А. Гайфуллиным изучалась алгебраическая задача описания идеала всех соотношений на квадраты расстояний между точками. Оказалось, что набор соотношений Кэли–Менгера не является полным. Были найдены новые соотношения и сформулирована гипотеза о полноте найденного набора. Кроме того, были получены соотношения, обобщающие планиметрическую теорему Птолемея, также не следующие из соотношений Кэли–Менгера, но следующие из найденных нами соотношений. Идеал соотношений является однородным идеалом в алгебре многочленов от квадратов расстояний между точками. Этот идеал задаёт многообразие, вложенное в проективное пространство. В случае конфигураций точек на прямой это вложение является квадратичным вложением Веронезе, что даёт ответ в задаче описания идеала соотношений и сизигиями данного идеала.

Данная задача имеет практическое приложение к задаче метрического шкалирования — восстановления конфигурации точек по расстояниям между ними с точностью до ортогонального преобразования. В случае точно известных расстояний хорошо известны эффективные алгоритмы решения этой задачи. Знание полного набора соотношений требуется для минимизации погрешностей измерений.

2. ОПУБЛИКОВАННЫЕ И ПОДАННЫЕ В ПЕЧАТЬ РАБОТЫ

Статья «Сизигии квадратичного вложения Веронезе» представлена в печать в Математический сборник.

28 января 2014 г. в Институте Проблем Передачи Информации РАН имени А. А. Харкевича защищена кандидатская диссертация на тему «Сизигии некоторых вложений Сегре и Веронезе».

3. УЧАСТИЕ В ШКОЛАХ И КОНФЕРЕНЦИИ

- Четвёртая ежегодная самарская летняя школа-конференция «Алгебры Ли, алгебраические группы и теория инвариантов» в Москве с 27 января по 1 февраля 2014 г.
- Доклад «Теорема Понселе» в рамках программы повышения квалификации профессорско-преподавательского состава Сибири и Дальнего Востока в Иркутске с 3 по 7 марта 2014 г.
- [Однодневная конференция, посвященная 50-летию Ю. Г. Прохорова](#) г. Москва, Россия, 4 апреля 2014 г.
- Доклад «Сизигии проективных вложений некоторых однородных пространств» на международной конференции [«Современные проблемы](#)

математики, информатики и естественнонаучного знания,» посвящённой 155-летию И. В. Мещерского, в г. Коряжме Архангельской обл. 15–18 сентября.

- Доклад «Syzygies of Projective Embeddings of some Homogeneous Spaces» на международной конференции Geometry, Topology and Integrability в Сколково, 20–24 октября 2014 г.

4. РАБОТА В НАУЧНЫХ ЦЕНТРАХ И МЕЖДУНАРОДНЫХ ГРУППАХ

- научный сотрудник Института Проблем Передачи Информации РАН имени А. А. Харкевича.
- научный сотрудник Лаборатории Алгебраической Геометрии НИУ ВШЭ.