

**ОТЧЕТ О НАУЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
ПО ГРАНТУ ФОНДА «ДИНАСТИЯ» (КОНКУРС 2013 Г.)
ЗА 2016 Г.**

ПАНОВ ТАРАС ЕВГЕНЬЕВИЧ

1. РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ В 2016 Г.

В работе [2] изучена комплексная геометрия момент-угол-многообразий. Момент-угол-многообразия образуют широкий класс некэлеровых компактных комплексных многообразий. Комплексное момент-угол-многообразие Z строится по некоторому набору комбинаторных данных, называемому полным симплицальным веером. В случае рациональных вееров многообразие Z является тотальным пространством голоморфного расслоения над торическим многообразием со слоем компактный комплексный тор. В общей ситуации, комплексное момент-угол-многообразие Z снабжено каноническим голоморфным слоением \mathcal{F} , которое эквивариантно по отношению к $(\mathbb{C}^*)^m$ -действию. Примеры момент-угол-многообразий включают многообразия Хопфа типа Вайсмана, многообразия Калаби–Экманна и их деформации. Нами построены трансверсально кэлеровы метрики на момент-угол-многообразиях, при некоторых ограничениях на комбинаторные данные. Доказано, что любое кэлерово подмногообразие (или подмногообразие класса С Фудзики) в момент-угол-многообразии содержится в листе слоения \mathcal{F} . Для момент-угол-многообразия Z общего положения в своём комбинаторном классе доказано, что все подмногообразия являются момент-угол-многообразиями меньшей размерности. Это означает, в частности, что алгебраическая размерность Z равна нулю, т.е. Z не допускает непостоянных мероморфных функций.

В работе [6] исследована когомологическая жёсткость многообразий, задаваемых прямоугольными трёхмерными многогранниками в пространстве Лобачевского.

Семейство замкнутых многообразий называется когомологически жёстким, если изоморфизм колец когомологий влечёт диффеоморфизм для любых двух многообразий из семейства. Получены новые результаты о когомологической жёсткости для широких семейств шестимерных и трёхмерных многообразий, задаваемых трёхмерными многогранниками.

Рассматривается класс \mathcal{P} трёхмерных комбинаторных простых многогранников P , отличных от тетраэдра, грани которых не образуют 3- и 4-поясов. Этот класс содержит все математические фуллерены, т.е. простые трёхмерные многогранники, имеющие лишь пятиугольные и шестиугольные грани. Согласно результатам Погорелова и Андреева, многогранник из класса \mathcal{P} допускает прямоугольную реализацию в пространстве Лобачевского, которая единственна с точностью до изометрии.

Изучаемые семейства гладких многообразий ассоциированы с многогранниками из класса \mathcal{P} . Первое семейство состоит из 3-мерных малых накрытий на многогранниками из \mathcal{P} или, эквивалентно, гиперболических 3-многообразий типа Лёбелля. Второе семейство состоит из 6-мерных квазиторических многообразий над многогранниками из \mathcal{P} . Наш основной результат заключается в том, что оба эти семейства являются когомологически жёсткими, т.е. два многообразия M и M' из любого из семейств диффеоморфны тогда и только тогда, когда изоморфны их кольца когомологий. Более того, доказываем, что если M и M' диффеоморфны, то соответствующие многогранники P и P' комбинаторно эквивалентны. Эти результаты переплетаются с классическими сюжетами геометрии и топологии, такими как комбинаторика трёхмерных многогранников, теорема о четырёх красках, асферические многообразия, классификация гладких 6-мерных многообразий и инвариантность классов Понтрягина. Доказательства используют технику торической топологии.

В работе [5] рассмотрены шестимерные квазиторические многообразия и трёхмерные малые накрытия над многогранниками из класса \mathcal{P} ; последние также являются трёхмерными гиперболическими многообразиями типа Лёбелля. Доказано что два многообразия из этих семейств диффеоморфны тогда и только тогда, когда соответствующие раскраски эквивалентны. В теории гиперболических многообразий это вопрос был открыт с конца 1980-х годов.

2. ОПУБЛИКОВАННЫЕ И ПОДАННЫЕ В ПЕЧАТЬ РАБОТЫ.

- [1] Jelena Grbic, Taras Panov, Stephen Theriault and Jie Wu. *Homotopy types of moment-angle complexes for flag complexes*. Transactions of the Amer. Math. Soc. 368 (2016), no. 9, 6663–6682.
- [2] Taras Panov, Yuri Ustinovsky and Misha Verbitsky. *Complex geometry of moment-angle manifolds*. Math. Zeitschrift 284 (2016), no. 1, 309–333.
- [3] Zhi Lü and Taras Panov. *On toric generators in the unitary and special unitary bordism rings*. Algebraic & Geometric Topology 16 (2016), no. 5, 2865–2893.
- [4] Т. Е. Панов, Я. А. Верёвкин. *Полиэдральные произведения и коммутанты прямоугольных групп Артина и Коксетера*. Мат. сборник 207 (2016), вып. 11, 105–126.
- [5] В. М. Бухштабер, Т. Е. Панов. *О многообразиях, задаваемых 4-раскрасками простых 3-многогранников*. Успехи мат. наук 71 (2016), вып. 6, стр.157–158.
- [6] Victor Buchstaber, Nikolay Erokhovets, Mikiya Masuda, Taras Panov and Seonjeong Park. *Cohomological rigidity of manifolds defined by right-angled 3-dimensional polytopes*. Preprint (2016); arXiv:1610.07575

3. УЧАСТИЕ В КОНФЕРЕНЦИЯХ И ШКОЛАХ.

7–9 ноября 2016. Матсборник-150: алгебра, геометрия, анализ. МИАН им. В. А. Стеклова, Москва. Пленарный доклад «Полиэдральные произведения, прямоугольные группы Коксетера и гиперболические многообразия».

31 октября–2 ноября 2016. International Conference on Mathematical Physics Kezenoi-am 2016, Grozny, Russia; plenary talk “Toric topology and geometry”.

26 сентября–1 октября 2016. International Workshop “Analysis, Probability and Geometry”, Moscow State University, Russia; invited talk “Geometric structures on manifolds with torus action”.

5–10 сентября 2016. XII Belarusian Mathematical Conference, Minsk, Belarus; invited talk “Geometric structures on manifolds with torus action: symplectic and Lagrangian aspects”.

28 августа–4 сентября 2016. International Conference XIX Geometrical Seminar, Zlatibor, Serbia; plenary talk “Polyhedral products and commutator subgroups of right-angled Artin and Coxeter groups”.

19–24 июня 2016. International Conference “Integrable Systems”, CSF Ascona, Switzerland; plenary talk “New constructions of Hamiltonian-minimal Lagrangian submanifolds”.

19–22 апреля 2016. “Toric Topology 2016 in Kagoshima”, Kagoshima, Japan; invited talk “Polyhedral products and commutator subgroups of right-angled Artin and Coxeter groups”.

11 апреля 2016. “Toric Topology Workshop 2016”, Osaka, Japan; invited talk “Loops on moment-angle complexes and polyhedral products: homotopy decompositions and higher Whitehead brackets”.

29 февраля–4 марта 2016. International Conference “Dynamics in Siberia”, Novosibirsk, Russia; plenary talk “Geometric structures on moment-angle manifolds”.

4. РАБОТА В НАУЧНЫХ ЦЕНТРАХ И МЕЖДУНАРОДНЫХ ГРУППАХ

В 2015–2016 гг. участвовал в JSPS program for Advancing Strategic International Networks to Accelerate the Circulation of Talented Researchers based on Osaka City University Advanced Mathematical Institute (OCAMI).

В 2014–2016 гг. был участником российской группы российско-британского гранта РФФИ–Royal Society 14-01-92612-КО «Топология и геометрия торических пространств и приложения».

С 2016 г. являюсь руководителем российской группы российско-китайского гранта РФФИ 16-51-55017 «Алгебраическая топология, геометрия и комбинаторика многообразий».

5. ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ.

Профессор механико-математического факультета МГУ. Веду лекции и занятия по основным геометрическим дисциплинам, а также спецкурсы. Осуществляю научное руководство 1 аспирантом (Верёвкин Яков Александрович) и 7 студентами 3–5 курсов.

6. ИТОГ 3 ЛЕТ.

Помимо работ, указанных в разделе 2, в 2015 г. была опубликована монография

V.M. Buchstaber and T.E. Panov. *Toric Topology*. Mathematical Surveys and Monographs, vol. 204, American Mathematical Society, Providence, RI, 2015, 518 pages.

и статья

[7] Т.Е. Панов. *О когомологиях факторпространств момент-угол-комплексов*. Успехи мат. наук **70** (2015), вып. 4, стр. 209–210.

Таким образом, всего в 2014–2016 гг. опубликованы 1 монография и 6 статей, а также 1 статья принята к печати.

В исходной заявке были обозначены следующие 3 направления в рамках исследований многообразий с действием тора.

Топология. Ожидается получение новых результатов о топологии момент-угол-комплексов и многообразий как геометрическими, так и гомотопическими методами. В частности, используя высшие скобки Уайтхеда, планируется получить описание гомотопического типа \mathcal{Z}_K для серий нефлаговых комплексов и многогранников.

Комплексная геометрия. Описание мероморфных функций, дивизоров и общих подмногообразий в некэлеровых момент-угол-многообразиях, вычисление и комбинаторная трактовка их чисел Ходжа.

Лагранжева геометрия. Построение новых примеров гамильтоново минимальных лагранжевых подмногообразий в комплексных проективных пространствах и торических многообразиях и исследование геометрии связанных с ними интегрируемых гамильтоновых систем.

По первым двум направлениям задачи в основном выполнены, по результатам исследований опубликованы работы [1], [7] (топология) и [2] (комплексная геометрия). Кроме того, найдены и изучены новые интересные взаимосвязи когомологической теории действий тора с гиперболической геометрией (работы [5], [6]) и геометрической теорией групп ([4]).

По третьему направлению (лагранжева геометрия) исследования несколько замедлились; помимо трёх работ, вышедших в 2012–2013 годах, других публикаций пока не было. Некоторые новые конструкции лагранжевых подмногообразий в торических многообразиях вошли в монографию «Toric topology». Тем не менее, были исследованы интегрируемые системы с полиномиальными интегралами, для которых построенные Н-минимальные лагранжевы подмногообразия являются вырождениями торов Лиувилля. Эти результаты сейчас дорабатываются и вскоре будут готовы для публикации.

E-mail address: tpanov@mech.math.msu.su

<http://higeom.math.msu.su/people/taras/>