Отчет по гранту фонда “Династия” за 2014 год
П. Б. Затицкий.

1 Результаты, полученные в 2014 году.

1.1 Исследования масштабирующих энтропийных последовательностей

Основной целью моих исследований было изучение свойств масштабирующих энтропийных последовательностей динамических систем. Классическое понятие метрической энтропии динамической системы, появившееся в фундаментальных работах А. Н. Колмогорова и Я. Г. Синая и положившее начало обширной теории, основано на изучении взаимного расположения измеримого разбиения и его сдвигов на фиксированном пространстве с мерой. Позже вместо сдвигов измеримых разбиений А. М. Вершиком было предложено рассматривать сдвиги более богатых структур — метрик (и полуметрик). Простейшей числовой (функциональной) характеристикой метрики на пространстве с мерой служит так называемая ε-энтропия (логарифм минимального количества шаров радиуса ε, объединение которых покрывает все пространство с точностью до множества меры ε). Предлагалось следить за ростом ε-энтропий конечных усреднения полуметрики под действием динамической системы. А. М. Вершиком была высказана гипотеза о том, что масштабирующая энтропийная последовательность, характеризующая скорость роста ε-энтропий, не зависит от выбора начальной полуметрики в достаточно широком классе, тем самым являясь метрическим инвариантом самой динамической системы.

Основным результатом является подтверждение этой гипотезы для действия автоморфизма на стандартном вероятностном пространстве. Таким образом, доказано, что масштабирующая энтропийная последовательность является метрическим инвариантом динамических систем. Кроме того, этот инвариант вычислен для случая динамических систем с положительной энтропией, для бернуллиевских динамических систем, для подстановочных динамических систем, отвечающих подстановкам постоянной длины. Ранее совместно с Ф. В. Петровым и А. М. Вершиком был получен критерий чистой точечности спектра динамической системы в терминах масштабирующей энтропийной последовательности. А именно, доказано, что спектр является чисто точечным тогда и только тогда, когда масштабирующая последовательность ограничена. В качестве простого следствия получено новое доказательство теоремы

Ф. М. Деккинга, характеризующей подстановочные динамические системы постоянной длины с чисто точечным спектром.

По результатам иследований 22.12.14 планируется защита кандидатской диссертации.

1.2 Метод функции Беллмана в анализе

Метод функции Беллмана, бурно развивающийся в последнее время, позволяет решать экстремальные задачи, доказывать многие неравенства гармонического анализа и теории вероятностей, часто с точными оценками. Однако, до сих пор имеются лишь общие принципы и набор методов, которые позволяют решать конкретные задачи. Попытка построить "общую" теорию была предпринята в недавней совместной с В. И. Васюниным, П. Иванисвили, Н. Н. Осиповым и Д. М. Столяровым работе, в которой удалось решить сразу большой класс экстремальных интегральных задач на пространстве BMO. Подход, разработанный авторами, допускает обобщение на классы функций специального вида (называнные "классами функций малой средней осцилляции"), среди которых, помимом BMO, классы Макенхаупта A_p, классы Геринга. Ключевым утверждением постоенной теории является совпадение функции Беллмана, отвечающей экстремальной интегральной задаче, с минимальной (поточечно) локально вогнутой функцией на некоторой области, соответствующей классу функций. В совместной с Д. М. Столяровым работе, используя разработанный нами мартингальный подход, удалось доказать общее абстрактное утверждение такого вида, проясняющее природу этого явления. В качестве побочного результата получено доказательство того, что монотонная перестановка не выводит из таких функциональных классов (не увеличивает норму). В ближайшее время планируется появление препринтов по этим исследованиям на сайте arxiv.org.

2 Опубликованные и поданные в печать работы

1. А. М. Вершик, П. Б. Затицкий, Ф. В. Петров. Виртуальная непрерывность функций многих переменных и её приложения. УМН, 2014 ноябрь – декабрь, т. 69, вып. 6(420), стр. 81–114.

2. А. М. Вершик, П. Б. Затицкий, Ф. В. Петров. Интегрирование виртуально непрерывных функций по бистохастическим мерам и фор-

мула следа ядерных операторов (принято к печати, Алгебра и анализ).

3. П. Б. Затицкий. О масштабирующей энтропийной последовательности динамической системы. Функц. анализ и его прил., 2014, т. 48, №4, стр. 70–74.

4. П. Б. Затицкий, П. Иванисвили, Д. М. Столяров. Беллман против Бёрлинга: точные оценки равномерной выпуклости пространств L^p (принято к печати, Алгебра и анализ).

5. П. Б. Затицкий. Масштабирующая энтропийная последовательность: инвариантность и примеры (принято к печати, Записки научных семинаров ПОМИ).

3 Участие в конференциях и школах

1. Complex Analysis and Related Topics. April 14-18, 2014, Saint-Petersburg, Russia.

2. Representations, Dynamics, Combinatorics: in the Limit and Beyond. June 9-14, 2014, Euler Institute, Saint-Petersburg, Russia.

3. St.Petersburg Summer Meeting in Mathematical Analysis. June 25-30, 2014, Saint-Petersburg, Russia.

4. Spaces of Analytic Functions and Singular Integrals (SAFSI2014). December 1-5, 2014, Steklov Institute of Mathematics, Saint-Petersburg, Russia.

4 Педагогическая деятельность

С сентября 2014 — преподаватель кафедры математических и информационных технологий Санкт-Петербургского академического университета — научно-образовательного центра нанотехнологий РАН (Академического Университета)