

# Отчет по гранту фонда “Династия” за 2015 год

П. Б. Затицкий

## 1 Результаты, полученные в 2015 году.

В 2015 году продолжались исследования по двум независимым темам. Первая тема посвящена изучению свойств специальных метрических инвариантов динамических систем — масштабирующих энтропийных последовательностей, вторая — применению метода функции Беллмана в задачах математического анализа.

### 1.1 Исследования масштабирующих энтропийных последовательностей

В работе [1] (подана в 2014 г.) было получено подтверждение гипотезы А. М. Вершика о независимости масштабирующей энтропийной последовательности автоморфизма от выбора исходной усредняемой метрики или полуметрики (в классе почти сепарабельных). В работе [2] это доказательство было перенесено на случай действия групп.

В работе [3] показано, что, если для некоторого автоморфизма класс масштабирующих энтропийных последовательностей не пуст, то в нем можно найти возрастающую субаддитивную последовательность. С другой стороны, в работе [2] для каждой наперед заданной субаддитивной возрастающей последовательности строится эргодический автоморфизм (на специальной диаграмме Браттели–Вершика), для которого эта последовательность является масштабирующей. Таким образом, результаты этих двух работ полностью описывают возможные масштабирующие последовательности автоморфизмов. Открытым, однако, остается вопрос существования масштабирующей энтропийной последовательности для автоморфизма в общем случае.

По результатам исследований, связанных с масштабирующей энтропией, 22 декабря 2014 г. была защищена кандидатская диссертация.

### 1.2 Метод функции Беллмана в анализе

В работе [8] (препринт) авторами реализован так называемый мартингальный подход к экстремальным интегральным задачам на классах функций малой

средней осцилляции. Эти классы задаются двумерными областями специального вида и включают в себя классическое пространство  $ВМО$ , классы Макенхаупта  $A_p$ , классы Геринга, классы обратного Йенсена. В работе доказано, что функция Беллмана, отвечающая экстремальной интегральной задаче на таком функциональном классе, совпадает с минимальной локально вогнутой функцией на соответствующей этому классу двумерной области с заданными граничными данными. Важнейшим шагом доказательства этого утверждения стало рассмотрение еще одной экстремальной интегральной задачи — на классе специальных мартингалов, блуждающих в этой области. Мартингальная постановка стала промежуточным звеном между геометрической и функциональной задачами, позволившим провести доказательство в общем случае. В работе [6] авторами кратко описан метод и геометрические конструкции, позволяющие явно находить описанные выше функции Беллмана.

В работе [9] (препринт) подробно излагается так называемый эволюционный подход для нахождения функции Беллмана для интегральной экстремальной задачи на пространстве  $ВМО$ . В основе подхода лежат соображения дифференциальной геометрии и уравнений в частных производных. Авторы работают над адаптацией данного подхода для общего случая классов функций с малой средней осцилляцией.

В работе [7] (подана в 2013 г.) авторы применили метод функции Беллмана для изучения различных интегральных способов задания классического пространства  $ВМО$ . В работе [5] (подана в 2014 г.) методом функции Беллмана получены классические результаты о равномерной выпуклости пространств Лебега  $L^p$ , найдены модули равномерной выпуклости.

## 2 Участие в конференциях

1. XXIV St.Petersburg Summer Meeting in Mathematical Analysis and a Summer School for Young Scientists. 25.06.15–30.06.15, Saint-Petersburg, Russia.
2. Dynamics, Combinatorics, Representations. 31.08.15–04.09.15, Saint-Petersburg, Russia.

## 3 Педагогическая деятельность

С сентября 2014 — преподаватель кафедры математических и информационных технологий Санкт-Петербургского академического университета — научно-

## Опубликованные работы и препринты

- [1] П. Б. Затицкий. *Масштабирующая энтропийная последовательность: инвариантность и примеры*. Зап. научн. сем. ПОМИ, 432, 128–161, 2015.
- [2] П. Б. Затицкий. *О возможной скорости роста масштабирующей энтропийной последовательности*. Зап. научн. сем. ПОМИ, 436, 136–166, 2015.
- [3] П. Б. Затицкий, Ф. В. Петров. *О субаддитивности масштабирующей энтропийной последовательности*. Зап. научн. сем. ПОМИ, 436, 167–173, 2015.
- [4] А. М. Вершик, П. Б. Затицкий, Ф. В. Петров. *Интегрирование виртуально непрерывных функций по бистохастическим мерам и формула следа ядерных операторов*. Алгебра и анализ, т.27, в.3, 66–74, 2015.
- [5] П. Б. Затицкий, П. Иванишвили, Д. М. Столяров. *Беллман против Бёрлинга: точные оценки равномерной выпуклости пространств  $L^p$* . Алгебра и анализ, т.27, в.2, 218–231, 2015.
- [6] P. Ivanisvili, N. N. Osipov, D. M. Stolyarov, V. I. Vasyunin, P. B. Zatitskiy. *Sharp estimates of integral functionals on classes of functions with small mean oscillation*. Comptes Rendus Mathematique, V. 353, I. 12, 1081–1085, 2015.
- [7] A. A. Logunov, L. Slavin, D. M. Stolyarov, V. Vasyunin, P. B. Zatitskiy. *Weak integral conditions for BMO*. Proc. Amer. Math. Soc., V. 143, 2913–2926, 2015.
- [8] D. M. Stolyarov, P. B. Zatitskiy. *Theory of locally concave functions and its applications to sharp estimates of integral functionals*. <http://arxiv.org/abs/1412.5350>
- [9] P. Ivanisvili, D. M. Stolyarov, V. I. Vasyunin, P. B. Zatitskiy. *Bellman function for extremal problems in BMO II: evolution*. <http://arxiv.org/abs/1510.01010>