Краткое изложение заявки (Summary)

Исследование разрешимости задачи Коши для некоторых видов систем дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с разными характеристическими направлениями

Донцова Марина Владимировна

Разработано несколько разных методов для исследования разрешимости дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. Например, классический метод характеристик, метод Галеркина, метод потоков, метод дополнительного аргумента.

Метод дополнительного аргумента не заменяет собой другие известные методы, а дополняет их. Применение этого метода позволяет во многих случаях более эффективно и конкретно определить условия разрешимости систем нелинейных и квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка и избегать необходимости находить обратную функцию.

В работах автора Донцовой М. В. определены условия нелокальной разрешимости задачи Коши для системы вида

$$\begin{cases}\partial_t u(t,x) + (au(t,x) + bv(t,x))\partial_x u(t,x) = f_1(t,x,u,v),\\ \partial_t v(t,x) + (cu(t,x) + gv(t,x))\partial_x v(t,x) = f_2(t,x,v),\end{cases} \quad (1)$$

где $u(t,x)$, $v(t,x)$ – неизвестные функции, f_1, f_2 – известные непрерывные и ограниченные функции

с начальными условиями:

$$u(0,x) = \varphi_1(x), \quad v(0,x) = \varphi_2(x) \quad (2)$$

в области $\Omega_T = \{(t,x) | 0 \le t \le T,\ x \in (-\infty,+\infty),\ T > 0\}$ для двух случаев:

1. $a > 0, b > 0, c > 0,\ g > 0$,
2. $a < 0, b > 0, c < 0,\ g > 0$.

В проекте предполагается с помощью метода дополнительного аргумента определить условия нелокальной разрешимости задачи Коши для системы вида (1),
где $u(t,x)$, $v(t,x)$ – неизвестные функции, f_1, f_2 – известные непрерывные и ограниченные функции

с начальными условиями (2) в области $\Omega_T = \{(t,x) | 0 \le t \le T,\ x \in (-\infty,+\infty),\ T > 0\}$

для случаев:

1) a, b, c, g – известные отрицательные константы,
2) $a = a(t)$, $b = b(t)$, $c = c(t)$, $g = g(t)$ - известные непрерывные и ограниченные функции (предполагается определить несколько вариантов условий).

Предполагается с помощью метода дополнительного аргумента определить условия нелокальной разрешимости задачи Коши для системы вида

$$\begin{cases}\partial_t u(t,x) + S_1(u,v)\partial_x u(t,x) = f_1,\\ \partial_t v(t,x) + S_2(u,v)\partial_x v(t,x) = f_2,\end{cases} \quad (3)$$

где $u = u(t,x)$, $v = v(t,x)$ – неизвестные функции, S_1, S_2 – известные непрерывные и ограниченные функции

с начальными условиями:

$$u(0,x) = \varphi_1(x), \quad v(0,x) = \varphi_2(x) \quad (4)$$

в области $\Omega_T = \{(t,x) | 0 \le t \le T,\ x \in (-\infty,+\infty),\ T > 0\}$

для случаев:

1. $f_1 = f_1(t,x)$, $f_2 = f_2(t,x)$ - известные непрерывные и ограниченные функции (предполагается определить несколько вариантов условий),
2. $f_1 = a_1 u + b_1 v + h_2$, $f_2 = g_1 v + h_2$, где a_1, b_1, g_1, h_1, h_2 - известные константы (предполагается определить несколько вариантов условий),
3. $f_1 = a_1 u + b_1 v + h_2$, $f_2 = g_1 v + h_2$,
   где $a_1 = a_1(t)$, $b_1 = b_1(t)$, $g_1 = g_1(t)$, $h_1 = h_1(t)$, $h_2 = h_2(t)$ - известные непрерывные и ограниченные функции (предполагается определить несколько вариантов условий).