Заявка на участие в конкурсе фонда „Династия" для молодых математиков

Краткое изложение заявки

Мешкова Ю. М.

Заявка относится к теории усреднений периодических дифференциальных операторов (ДО). Мы опираемся на теоретико-операторный (спектральный) подход к задачам гомогенизации, развитый в цикле работ М. Ш. Бирмана и Т. А. Суслиной.

В [M] автором изучалось усреднение полугруппы, порожденной самосопряженным матричным ДО второго порядка, действующим в $L_2(\mathbb{R}^d)$. Старшая часть оператора задана в факторизованной форме. Оператор включает члены первого и нулевого порядков. Коэффициенты оператора периодичны относительно некоторой решетки и зависят от $\mathbf{x}/\varepsilon$. Таким образом, коэффициенты быстро осциллируют при малых ε. Установлено, что в пределе малого периода экспонента от оператора с быстро осциллирующими коэффициентами сходится к экспоненте от эффективного оператора с постоянными коэффициентами. Получены точные по порядку оценки погрешности по операторной норме в L_2, а также аппроксимация при учете корректора по норме операторов, действующих из L_2 в класс Соболева H^1. Постоянные в оценках контролируются явно через данные задачи. Подобные результаты принято называть операторными оценками погрешности в теории усреднений. Оценки в операторных терминах применяются к усреднению решений задачи Коши.

В настоящее время автор совместно с Суслиной Т. А. работает над усреднением первой и второй начально-краевых задач для параболических систем в ограниченной области. Вопрос об аппроксимации решений сводится к изучению соответствующей полугруппы. Генератором полугруппы служит самосопряженный матричный ДО второго порядка, заданный в факторизованной форме. Это оператор без младших членов. Полученные результаты коротко анонсированы в [MSu]. При фиксированном значении времени для разности экспоненты от оператора с быстро осциллирующими коэффициентами и экспоненты от эффективного оператора установлена точная по порядку оценка погрешности по операторной норме в L_2. Также получена аппроксимация при учете корректора по $(L_2 \to H^1)$-норме. Порядок этой оценки хуже из-за влияния границы области. Постоянные в оценках допускают явный контроль.

В дальнейшем планируется изучить ДО второго порядка с младшими членами в ограниченной области при условии Дирихле либо Неймана. Цель — установить аппроксимации резольвенты по операторной норме в L_2 с двупараметрическими (относительно ε и спектрального параметра) оценками погрешности, а также аппроксимацию при учете корректора по норме операторов, действующих из L_2 в H^1. На основании этих оценок будет получена аппроксимация операторной экспоненты в тех же нормах.

Другим направлением исследований станет усреднение несамосопряженных матричных ДО второго порядка с самосопряженной старшей частью, действующих в $L_2(\mathbb{R}^d)$, с целью получения аппроксимаций резольвенты и полугруппы с точными по порядку оценками погрешности.

Список литературы

[M] Мешкова Ю. М., *Усреднение задачи Коши для параболических систем с периодическими коэффициентами*, Алгебра и анализ, **25** (2013), №6, 125–177.

[MSu] Мешкова Ю. М., Суслина Т. А., *Усреднение решений начально-краевых задач для параболических систем*, Функциональный анализ и его приложения, **49** (2015), №1 (в печати).