

Краткое изложение заявки (Васильев Ярослав Андреевич)

Важнейшей областью современного комплексного анализа является теория краевых (граничных) задач для бианалитических функций и различных их обобщений.

Рассматриваются следующие две задачи.

Задача $GR_{1,2}$. Требуется найти все кусочно бианалитические функции $F(z) = \{F^+(z), F^-(z)\}$ класса $A_2(T^\pm) \cap H^{(2)}(L)$, исчезающие на бесконечности и удовлетворяющие на L следующим краевым условиям

$$\frac{\partial F^+(t)}{\partial x} - G_1(t) \frac{\partial F^-(t)}{\partial x} + \int_L A_1(t, \tau) \frac{\partial F^+(\tau)}{\partial x} d\tau + \int_L B_1(t, \tau) \frac{\partial F^-(\tau)}{\partial x} d\tau = g_1(t),$$

$$\frac{\partial F^+(t)}{\partial y} - G_2(t) \frac{\partial F^-(t)}{\partial y} + \int_L A_2(t, \tau) \frac{\partial F^+(\tau)}{\partial y} d\tau + \int_L B_2(t, \tau) \frac{\partial F^-(\tau)}{\partial y} d\tau = ig_2(t),$$

где $G_i(t), g_i(t)$ ($i=1, 2$) – заданные на L функции, причем $G_i(t), g_i(t) \in H^{(1)}(L)$ и $G_i(t) \neq 0, t \in L$, а $A_i(t, \tau), B_i(t, \tau)$ – заданные фредгольмовы ядра из класса $H_*^{(1)}(L \times L)$.

Задача $GR_{2,2}$. Требуется найти все кусочно бианалитические функции $F(z) = \{F^+(z), F^-(z)\}$ класса $A_2(T^\pm) \cap H^{(2)}(L)$, исчезающие на бесконечности и удовлетворяющие на L следующим краевым условиям

$$F^+(t) = G_0(t)F^-(t) + \int_L A_0(t, \tau)F^+(\tau)d\tau + \int_L B_0(t, \tau)F^-(\tau)d\tau + g_0(t),$$

$$\frac{\partial F^+(t)}{\partial n_+} = -G_1(t) \frac{\partial F^-(t)}{\partial n_-} + \int_L A_1(t, \tau) \frac{\partial F^+(\tau)}{\partial n_+} d\tau + \int_L B_1(t, \tau) \frac{\partial F^-(\tau)}{\partial n_-} d\tau + it'g_1(t),$$

где i – мнимая единица, $G_k(t), g_k(t)$ ($k=0, 1$) – заданные на L функции, причем $G_k(t) \in H^{(2-k)}(L), g_k(t) \in H^{(2-k)}(L), G_k(t) \neq 0$ на L ; $\frac{\partial}{\partial n_+} \left(\frac{\partial}{\partial n_-} \right)$ – производная по внутренней (внешней) нормали к L , $A_k(t, \tau), B_k(t, \tau)$ – заданные ядра Фредгольма, принадлежащие классу $H_*^{(2-k)}(L \times L)$.

Проект посвящен исследованию краевых задач $GR_{1,2}$ и $GR_{2,2}$. Можно выделить три направления исследования проекта:

1) Решение задачи $GR_{2,2}$ в случае произвольных односвязных областей с достаточно гладкими границами.

2) Решение краевых задач $GR_{1,2}$ и $GR_{2,2}$ в случае произвольной прямоугольной области.

2) Решение краевых задач $GR_{1,2}$ и $GR_{2,2}$ в классе функций, интегрируемых по Лебегу.

Каждое из направлений исследования проекта предполагает построение конструктивного метода решения и картины разрешимости рассматриваемых задач. Результаты работы могут быть применены при дальнейшем исследовании различных обобщений краевых задач типа Римана в классах бианалитических функций в случае произвольных односвязных областей, а также при решении практических задач из механики сплошной среды и математической физики.