

Отчет о научной и педагогической деятельности по гранту фонда «Династия» (конкурс 2014 года) за 2017 год

Бизяев Иван Алексеевич

1. Результаты, полученные в 2017 году

Рассмотрены сани Чаплыгина с изменяющимся со временем распределением масс. Подробно рассмотрен случай, в котором точка совершает периодические движения в поперечном относительно плоскости лезвия саней направлении. В этом случае задача сводится к исследованию редуцированной системы из двух дифференциальных уравнений первого порядка с периодическими по времени коэффициентами. Она сходна с различными нелинейными параметрическими осцилляторами типа нелинейного уравнения Маттье. В зависимости от параметров в редуцированной системе наблюдаются различные типы движений. Подробно рассмотрен вопрос о неограниченном ускорении саней. Показано, что за счет расположения движущейся точки относительно лезвия и центра масс платформы возникает неограниченное ускорение. Указаны различные частные случаи существования дополнительных тензорных инвариантов.

Кроме того, рассмотрена задача о движении по инерции колесного экипажа состоящего из двух соединенных между собой тележек, причем на каждой тележке закреплена одна колесная пара. Были выведены в квазискоростях уравнения движения этой системы. Оказалось, что задача сводится к исследованию некоторой редуцированной системы на двумерном торе \mathbb{T}^2 и классификации на нем особых точек. Подробно исследовано движение в абсолютном пространстве, в частности, указана область параметров системы, в которой движение колесного экипажа ограничено (компактно).

2. Опубликованные и поданные в печать работы.

1. Bizyaev I. A. The Inertial Motion of a Roller Racer // Regular and Chaotic Dynamics, 2017, vol. 22, no. 3, pp. 239-247;

2. Бизяев И. А. Сани Чаплыгина с движущейся точечной массой, принята в печать в Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки

3. Участие в конференциях и школах.

Участвовал в международной научной конференции «Recent Advances in Hamiltonian and Nonholonomic Dynamics», 15 — 20 июня 2017, Москва.

4. Работа в научных центрах и международных группах.

Сотрудник лаборатории Нелинейного анализа и конструирования новых средств передвижения института математики, информационных технологий и физики, Удмуртского государственного университета.

5. Педагогическую деятельность.

С февраля по июль 2017 года и с сентября по декабрь 2017 года вел семинарские занятия по Аналитическим методам вычислений в институте математики, информационных технологий и физики, Удмуртского государственного университета.

Итоги за три года

Как и планировалось были исследованы различные конечномерные динамические системы, которые возникают в различных областях математики и физики. В том числе была выполнена классификация тензорных инвариантов и последующий качественный анализ систем, обобщающих классические задачи неголономной механики: сани Чаплыгина на плоскости и задачу Суслова. В обоих случаях неголономная связь реализуется в виде двумерной модели лезвия или колеса с острыми краями, препятствующими проскальзыванию тела в поперечном по отношению к плоскости лезвия направлению.

В частности показано, что задача о санях Чаплыгина на цилиндре и о колесном экипаже после редукции по полям симметрий сводится к исследованию векторного поля на двумерном торе. Оказалось данное векторное поле в общем случае не обладает инвариантной мерой с непрерывной плотностью.

Уравнения движения, которые возникают в неголономной механике представляют собой достаточно общие динамические системы. Поэтому методы исследования возникшие при анализе конкретных неголономных систем могут находить применение и в других задачах, например, в гидродинамических системах.

Была рассмотрена динамика точечных вихреисточников, которые сочетают в себе, как вихревые свойства, так и свойства источников и стоков. Подробно изучено движение вихреисточников движущихся в деформационном потоке, которое описывается динамической системой с конечным числом степеней свободы. В результате были найдены дополнительные тензорные инварианты (инвариантная мера, поля симметрий), используя которые показана интегрируемость в квадратурах динамической системы описывающей два вихреисточника. Основная часть полученных результатов вошла в диссертацию на соискание степени кандидата физико-математических наук.