

Отчет о научной и педагогической работе Бондарко Михаила Владимировича, стипендиата фонда «Династия».

2015 г. я продолжал работать в должности профессора кафедры высшей алгебры и теории чисел математико-механического факультета Санкт-Петербургского Государственного Университета. Я вел семинарские занятия по алгебре и теории чисел для студентов 1-2 курса математико-механического факультета, а также читал специальные курсы и проводил специальные семинары для студентов кафедры высшей алгебры и теории чисел (по относительным мотивным категориям, мотивному интегрированию, абелевым многообразиям и теории Ходжа). Я руководил научной работой одного аспиранта и двух дипломантов.

В 2015 году мной были опубликованы 3 научные работы.

В статье «Mixed motivic sheaves (and weights for them) exist if ‘ordinary’ mixed motives do» (Compositio Mathematica. – 2015. – Т. 151. – №. 05. – С. 917-956) мной было доказано, что из стандартных мотивных гипотез над универсальными областями следует существование мотивной t -структуры над произвольной базовой схемой, и существование весов для ее ядра над схемами над полем (т.е., ее трансверсальность с весовой структурой Чжоу). Также была получена теорема о разложении для относительных мотивов Бейлинсона-Воеводского, являющаяся аналогом знаменитой теореме о разложении для превратных пучков.

В статье Bondarko M.V., Ivanov M.A., On Chow weight structures for \mathbb{Z} -motives with integral coefficients (Алгебра и Анализ, т. 27 (2015), вып. 6, 14-40) нами были построены и подробно исследованы весовые структуры Чжоу для «целочисленных» мотивов над нетеровой конечномерной эквихарактеристической базой, и для мотивов с рациональными коэффициентами над базами любых характеристик (последняя группа результатов усиливает некоторые утверждения, полученные мной в статье 2014 года, и независимо – Д. Эбером).

В статье «Об оболочках и разделяющих функторах для триангулированных категорий» (Алгебра и Анализ, том 27 (2015), вып. 6, с. 41-56) мной совместно с В.А. Соснило было доказано, что множества нулей всех возможных когомологических функторов из малой триангулированной категории, это в точности все ее подмножества объектов, замкнутые относительно расширений и ретракций. В случае R -линейной категории было доказано, что «ответ» не изменится, если рассматривать только R -линейные функторы. Как следствие, было доказано, что «оболочки» множеств объектов можно вычислять при помощи категорий с локализованными кольцами коэффициентов.

За этот год я также получил ряд других результатов по гомологической алгебре, алгебраической геометрии и алгебраической топологии. Эти результаты непосредственно связаны с разработанной мной ранее теорией весовых структур для триангулированных категорий.

В препринте «On morphisms killing weights, weight complexes, and Eilenberg-MacLane (co)homology of spectra» мной была разработана теория морфизмов, обнуляющих веса в данном промежутке, непосредственно связанная с понятием мотива, лишённого таких весов (и также широко обобщенного мной). Эта теория позволила исчерпывающим образом описать, «насколько неконсервативным» может

быть функтор весового комплекса (для неограниченных весовых структур). Было подробно рассмотрено применение теории к стабильной гомотопической теории, снабженной так называемой сферической весовой структурой. В частности, было установлено, что вырожденные в смысле этой весовой структуры объекты – в точности ациклические спектры. Был также доказан ряд других новых свойств этой категории.

Кроме того, были подробно исследованы категории K -мотивов над произвольной базовой схемой, и построены весовые структуры Чжоу для них. Это дало возможность связать веса K -мотива схемы с количеством ее отрицательных K -групп и весами соответствующих комплексов смешанных пучков.

Совместно с Г. Табуадой, я вычислил (производные) группы Пикара для ряда мотивных категорий. Также было намечено вычисление группы Пикара триангулированной категории мотивных спектров Тэйта.

Совместно с Ф. Деглизом, я разработал теорию «размерных» t -структур для (относительных) мотивных категорий и подробно изучил ряд примеров этих t -структур. Отметим, что эти t -структуры являются очень удачным «относительным» обобщением гомотопически инвариантных t -структур Воеводского (можно сказать, что они получаются склейкой из мотивных гомотопических t -структур над точками базовой схемы; это дает ряд важных функториальных свойств для них). В частности, отметим, что в терминах этих t -структур можно сформулировать и доказать некоторую версию гипотезы Бейлинсона-Лихтенбаума над произвольными регулярными базовыми схемами.

За 2015 год я сделал ряд докладов на исследовательских математических семинарах (в Петербурге и Лионе). Кроме того, я сделал доклады на следующих конференциях:

Доклад "Chow-weight (co)homology, effectivity and dimension for motives (and their cohomology)", конференция «Local Arithmetic Geometry (in honor of Sergei V. Vostokov on the occasion of his 70th birthday)», 18-22 мая 2015, институт Эйлера, Песочная наб. 10, Санкт-Петербург.

Доклад «Весовые структуры и триангулированные категории мотивов», «Встреча поколений», 9–11 июня 2015, Москва, Независимый Московский Университет.

Доклад «On Chow-weight (co)homology and mixed motivic decomposition of the diagonal», конференция «Arithmetic geometry, Chow groups and rational points», ПОМИ РАН, Санкт-Петербург.