

## Отчет о научной и педагогической работе Бондарко Михаила Владимировича, стипендиата фонда «Династия».

В 2016 г. я продолжал работать в должности профессора кафедры высшей алгебры и теории чисел математико-механического факультета Санкт-Петербургского Государственного Университета. Я вел семинарские занятия по алгебре и теории чисел для студентов 1-2 курса математико-механического факультета, а также читал специальные курсы и проводил специальные семинары для студентов кафедры высшей алгебры и теории чисел (по теории Ходжа, квадратичным формам, мотивам и теории полей классов). Я руковожу научной работой двух дипломантов.

В 2016 году мной была опубликована одна научная работа (совместно с с В.А. Соснило: «Non-commutative localizations of additive categories and weight structures; applications to birational motives», J. Math. Jussie, published online: 24 May 2016, DOI: <http://dx.doi.org/10.1017/S1474748016000207>). В ней дается явное описание произвольных («аддитивных») локализаций аддитивных категорий; эти локализации связываются с некоммутативными локализациями колец и весовыми структурами. В качестве приложения, было доказано существование «бirationальных» весовых структур для широкого класса категорий бирациональных мотивов.

За этот год я также получил ряд других результатов по гомологической алгебре, алгебраической геометрии и алгебраической топологии.

Совместно с Г. Табуадой, я вычислил (производные) группы Пикара для ряда мотивных и «топологических» триангулированных категорий; также была подробно исследована связь между группами Пикара и «тензорными» весовыми структурами. Статья «Picard groups, weight structures, and (noncommutative) mixed motives» была в 2016 году подготовлена к публикации, подана в журнал Documenta Mathematica и получила положительный отзыв рецензента.

Совместно с Ф. Деглизом, я разработал теорию «размерных»  $t$ -структур для (относительных) мотивных категорий и подробно изучил ряд примеров этих  $t$ -структур. Отметим, что эти  $t$ -структуры являются очень удачным «относительным» обобщением гомотопически инвариантных  $t$ -структур Воеводского (можно сказать, что они получаются склейкой из мотивных гомотопических  $t$ -структур над точками базовой схемы; это дает ряд важных функториальных свойств для них). В частности, отметим, что эти  $t$ -структуры позволяют изучать коммутативные групповые схемы над базой, а их ядра – некоторые цикломодули Роста. Статья «Dimensional homotopy  $t$ -structure in motivic homotopy theory» была в 2016 году подготовлена к публикации, подана в журнал Advances in Mathematics и получила положительный отзыв рецензента.

Совместно с В.А. Соснило я разработал новые методы построения весовой структуры  $\mathcal{W}$  на триангулированной категории  $\mathcal{C}$ ; они дают описание тех триангулированных категорий, состоящих из ретрактов объектов  $\mathcal{C}$ , на которые  $\mathcal{W}$  распространяются. Эти результаты также применяются к некоторым триангулированным категориям "относительных" мотивов. Статья «On constructing weight structures and extending them onto idempotent extensions»

(написанная в этом году) была подана в журнал «Homology, Homotopy and applications» и получила положительный отзыв рецензента.

В препринте «On relative  $K$ -motives, weights for them, and negative  $K$ -groups» (совместном с А.Ю. Лузгаревым) были подробно исследованы категории  $K$ -мотивов над произвольной базовой схемой, и построены весовые структуры Чжоу для них. Было доказано, что веса единичного мотива схемы  $X$  могут быть выражены через количество отрицательных  $K$ -групп гладких  $X$ -схем; также доказан некоторый "относительный" аналог этого результата. В случае, когда  $X$  является многообразием, эти веса были ограничены весами соответствующего(смешанного) комплексов этальных пучков; было доказано, что эта оценка точна для "почти максимально сингулярных" схем.

Также для широкого класса мотивных категорий (включая категории этальных пучков) было доказано, что прямые и исключительные образы единичного мотива могут быть выражены через относительные мотивы схем меньшей размерности; этот результат является усиленной версией и обобщением результата Габбера о сохранении конструктивности функторами "обычного" и исключительного образа (для этальных пучков). Таким образом, этот результат отчасти заменяет для мотивных категорий разрешение особенностей Хиронаки.

В препринте «On infinite effectivity of motivic spectra and the vanishing of their motives» мной доказано, что ядро функтора мотивизации над неупорядочиваемым полем не содержит нетривиальных компактных мотивных спектров; оно не содержит нетривиального 2-кручения над произвольным полем. Более того, "связность" компактного мотивного спектра (в смысле гомотопической  $t$ -структуры Мореля) над неупорядочиваемым полем равна связности соответствующего ему мотива. Ядро функтора мотивизации также было связано со слайс-фильтрацией Воеводского (на мотивных спектрах и их когомологиях).

В препринте «Intersecting the dimension filtration with the slice one for (relative) motivic categories» я доказал, что пересечения уровней фильтрации эффективности и фильтрации размерности не содержат "неочевидных" элементов для категории мотивных комплексов Воеводского над полем; было также получено широкое "относительное" обобщение этого результата. Этот результат был применен к исследованию некоторой гипотезы Аюба.

В препринте «On torsion pairs, (well generated) weight structures, adjacent  $t$ -structures, and related (co)homological functors» были исследованы (сокрушительные) весовые и  $t$ -структуры в хорошо и компактно порожденных триангулированных категориях (в частности - топологических); также были рассмотрены крученые пары, обе компоненты которых замкнуты относительно копроизведений. Была дана полная классификация компактно порожденных крученых пар и доказано, что любое совершенное множество триангулированной категории, замкнутой относительно копроизведений, задает весовую структуру. Кроме того, были построены весовые структуры, соседствующие справа и ортогональные слева компактно порожденным  $t$ -структурам. Это дало ряд новых результатов о ядрах этих  $t$ -структур: они всегда удовлетворяют аксиоме АВЗ\* Гротендика и содержат инъективные кообразующие; если у триангулированной категории есть собственная модель, то ядро компактно

порожденной  $t$ -структуры на ней Гротендиково (удовлетворяет AV5 и имеет образующую) и связано с категорией абелевых групп точным унивалентным функтором, сохраняющим копроизведения. В случае стабильной гомотопической категории соответствующая самодвойственность этой категории задается тензорным произведением; это дает связь между ортогональностью и знаменитой телескопической гипотезой. Также было доказано, что для любой ограниченной весовой структуры на триангулированной категории совершенных комплексов над гладким собственным многообразием существуют соседствующие с ней справа и слева  $t$ -структуры; было также доказано некоторое обобщение этого результата для не обязательно гладких (но проективных) многообразий.

Я сделал доклад на семинаре *Motivische algebraische Topologie*, Мюнхенский университет, «On the relation of weight structures on motives to negative K-groups»  
<http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~morel/Oberseminar/OberSS16.html>