

Итоговый отчет
о научной и педагогической работе
Бондарко Михаила Владимировича,
стипендиата фонда «Династия».

В 2017 г. я продолжал работать в должности профессора кафедры высшей алгебры и теории чисел математико-механического факультета Санкт-Петербургского Государственного Университета. Я вел семинарские занятия по алгебре и теории чисел для студентов 1-2 курса математико-механического факультета, читал лекции по алгебре для и теории чисел для второго курса, а также читал специальные курсы и проводил специальные семинары для студентов кафедры высшей алгебры и теории чисел (по теории Ходжа, теории полей классов, стабильной алгебраической топологии и эллиптическим кривым). Сейчас я руковожу научной работой одного студента, одного магистранта и одного аспиранта.

Моя научная работа была посвящена исследованию весовых структур и t -структур на триангулированных категориях, и их применению к алгебраической геометрии (теории мотивов) и алгебраической топологии.

В 2017 году вышло две моих научных статьи.

Статья «Picard groups, weight structures, and (noncommutative) mixed motives» (совместная с Г. Табуадой) вышла в Doc. Math. 22 (2017), 45–66. В ней мы вычислили (производные) группы Пикара для ряда мотивных и «топологических» триангулированных категорий; также была подробно исследована связь между группами Пикара и «тензорными» весовыми структурами.

Статья «Dimensional homotopy t -structure in motivic homotopy theory» (написанная совместно с Ф. Деглизом) была опубликована в Adv. Math. 311 (2017), 91–189. В ней была разработана теория «размерных» t -структур для (относительных) мотивных категорий; был подробно изучен ряд примеров этих t -структур. Отметим, что эти t -структуры являются очень удачным «относительным» обобщением гомотопически инвариантных t -структур Воеводского (можно сказать, что они получаются склейкой из мотивных гомотопических t -структур над точками базовой схемы; это дает ряд важных функториальных свойств для них). В частности, отметим, что эти t -структуры позволяют изучать коммутативные групповые схемы над базой, а их ядра – некоторые цикломодули Роста.

Три статьи были приняты к публикации.

Статья «Весовые структуры Чжоу без проективности и разрешения особенностей» (написанная совместно с Д.З. Кумаллаговым) была написана в 2017 году и принята к печати в журнале «Алгебра и анализ». В ней весовая структура Чжоу на категории мотивных комплексов Воеводского определяется в терминах мотивов всех гладких многообразий над базовым полем. Это определение позволяет доказать базовые свойства этой весовой структуры без использования разрешения особенностей — и поэтому не нужно требовать, чтобы кольцо коэффициентов R содержало $1/p$ в случае,

когда характеристика p базового поля положительна. Если это свойство R все же выполняется, то определенная таким образом весовая структура Чжоу "согласована" со структурами, определенными (ранее) в терминах мотивов Чжоу. Отсюда следует, что веса мотивного комплекса неотрицательны в том и только в том случае, если у него нулевые гиперкогомологии Нисневича в положительных степенях. Результаты статьи позволяют определить некоторую Чжоу-весовую фильтрацию (в том числе) на p -адических когомологиях мотивов и гладких многообразий.

Статья «Intersecting the dimension and slice filtrations for motives» была принята к публикации в журнале «Homology, Homotopy and applications». В ней я доказал, что пересечения уровней фильтрации эффективности и фильтрации размерности не содержат "неочевидных" элементов для категории мотивных комплексов Воеводского над полем. Этот результат был применен к исследованию некоторой гипотезы Аюба.

Статья «On constructing weight structures and extending them to idempotent extensions» (написанная совместно с В.А. Соснило) также была принята к публикации в «Homology, Homotopy and applications». В ней разработаны новые методы построения весовой структуры w на триангулированной категории C ; они дают полное описание тех триангулированных категорий, состоящих из ретрактов объектов C , на которые w распространяются. Эти результаты также применяются к некоторым триангулированным категориям "относительных" мотивов.

Некоторые методы последней статьи были развиты в новом препринте «On purely generated α -smashing weight structures and weight-exact localizations», также написанным совместно с В.А. Соснило. В нем были подробно изучены весовые структуры, обе «половины» которых замкнуты либо относительно всех копроизведений семейств мощности, меньшей α , либо относительно произвольных копроизведений. Было доказано, что «почти все» такие весовые структуры естественным образом порождаются своими ядрами. Кроме того, были подробно исследованы весо-точные локализации категорий, снабженных весовой структурой. Все эти результаты были проиллюстрированы на примере стабильной гомотопической категории.

Я сделал доклад «Весовые структуры, веса для относительных мотивов, и отрицательные K -группы» на конференции "Рождественские математические встречи с Пьером Делинем".

За три года я получил значительные результаты о триангулированных категориях – как общих, так и «конкретных» (мотивных и «топологических»). Я существенно продвинулся в теории весовых структур и ее применениях к изучению t -структур и мотивов. Я также получил интересные результаты о консервативности («компактного») функтора мотивизации $SH(k) \rightarrow DM(k)$. Всего за три года было опубликовано 6 статей и написано 13 препринтов.