Отчет за 2015 г. Бородин Петр Анатольевич.

Полученные результаты

1. Пусть компакты K, E^+, E^- на комплексной плоскости попарно не пересекаются, компакт K не разбивает плоскость, а дополнение к компакту E^+ содержит ограниченную компоненту связности, внутри которой есть хотя бы одна точка E^-. Доказано, что разности $r^+ - r^-$ наипростейших дробей (комплексных дробей вида $\sum_{k=1}^n 1/(z-a_k)$, $a_k \in \mathbb{C}$), где полюсы r^+ лежат в E^+ и полюсы r^- лежат в E^-, всюду плотны в пространстве $AC(K)$ функций, непрерывных на K и голоморфных внутри K. Приближение указанными разностями в $AC(K)$ имеет естественную физическую интерпретацию: произвольное электростатическое поле на K приближается полем, создаваемым одинаковыми "электронами" и противоположными по заряду одинаковыми "позитронами", помещаемыми на разнесенные "обкладки конденсатора" E^- и E^+.

2. Доказано, что если плоские компакты K и E не пересекаются, K не разбивает плоскость и лежит в объединении $\widehat{E} \setminus E$ ограниченных компонент дополнения к E, то наипростейшие дроби с полюсами из E плотны в пространстве $AC(K)$. Это в некотором смысле окончательный результат: ранее автором было доказано, что если $K \setminus \widehat{E}$ содержит бесконечно много точек, то наипростейшие дроби с полюсами на E не плотны в $AC(K)$.

3. Доказано, что для любых двух точек a и b связного множества $E \subset \mathbb{R}^n$ ($n \geq 2$) и для любого $\varepsilon > 0$ в E найдутся такие точки $x_0 = a, x_2, \ldots, x_p = b$, что $\|x_1 - x_0\|^n + \ldots \|x_p - x_{p-1}\|^n < \varepsilon$. Доказано, что показатель n в этом утверждении уменьшить нельзя. Невозможность выбрать во множестве E указанную цепочку точек с $\|x_1 - x_0\|^\alpha + \ldots \|x_p - x_{p-1}\|^\alpha < \varepsilon$ для некоторого $\alpha \in (1, n)$ оказалось эквивалентной существованию непостоянной функции $f : E \to \mathbb{R}$ из класса $\mathrm{Lip}_\alpha(E)$. Для каждого такого α в $\mathbb{R}^n$ построена такая кривая $E(\alpha)$ хаусдорфовой размерности α и такая непостоянная функция $f : E \to \mathbb{R}$, что $f \in \mathrm{Lip}_\alpha(E(\alpha))$. Таким образом, в терминах этих показателей α можно измерять "качество связности" множества E.

Опубликованные работы

1. Количественные выражения связности множеств в $\mathbb{R}^n$ // Матем. заметки. 2015. Т. 98, вып. 5. С. 643–650 (совместно с О.Н. Косухиным).

2. Приближение наипростейшими дробями с ограничением на полюсы, II // Матем. сборник. 2016. Т. 207 (принято к печати).

Участие в конференциях

1. Воронежская зимняя математическая школа "Современные методы теории функций и смежные проблемы", г. Воронеж, 27 января – 2 февраля 2015 г.

2. Конференция фонда Дмитрия Зимина "Династия" "Встреча поколений", г. Москва, 9–11 июня 2015 г.

3. XII международная Казанская летняя школа-конференция "Теория функций, ее приложения и смежные вопросы", г. Казань, 27 июня – 4 июля 2015 г.

4. International conference "Harmonic Analysis and Approximations, VI", г. Цахкадзор, Армения, 12-18 сентября 2015 г.

Педагогическая деятельность

1. Чтение лекций по курсам "Теория функций комплексного переменного" и "Геометрическая теория приближений" и ведение семинаров по курсам "Теория функций комплексного переменного", "Функциональный анализ" и "Действительный анализ" на мехмате МГУ имени М.В.Ломоносова.

2. Руководство семинаром "Геометрическая теория приближений", научное руководство 2 аспирантами и 2 студентами на мехмате.

3. Участие в работе методической комиссии Московской математической олимпиады.

4. Уроки геометрии в 10 классе школы № 54 г. Москвы. Работа в школе была отмечена в 2015 г. дипломом Всероссийского конкурса учителей фонда "Династия" в номинации "Наставник будущих ученых".