Отчет за 2017 г. Бородин Петр Анатольевич.

Полученные результаты

(1) Доказано, что метрическая проекция на конечномерное подпространство Y в пространстве L_p, $p \in (1,2) \cup (2,\infty)$, удовлетворяет условию Липшица тогда и только тогда, когда носители всех функций из Y сосредоточены на конечном числе атомов. Для одномерных подпространств этого вида получены оценки константы Липшица метрической проекции. Эти результаты получены совместно с Ю.Ю. Дружининым и К.В. Чесноковой, соответствующая работа опубликована.

(2) Исследовался вопрос существования липшицевых выборок из отображения St_n, сопоставляющего n точкам банахова пространства X множество их точек Штейнера, в зависимости от геометрических свойств сферы $S(X)$ пространства X, его размерности и числа n. При $n \geq 4$ найдены общие условия на пространство X, достаточные для несуществования липшицевой выборки из отображения St_n. Для конечномерных X доказано, что в случае четного $n \geq 4$ отображение St_n обладает липшицевой выборкой тогда и только тогда, когда $S(X)$ — конечный многогранник; в случае нечетного $n \geq 3$ это неверно. В случае $n = 3$ доказана липшицевость (однозначного) отображения St_3 в любом гладком строго выпуклом двумерном пространстве и показано, что для трехмерных пространств это уже неверно. Эти результаты получены совместно с Б.Б. Бедновым и К.В. Чесноковой, соответствующая работа принята к печати.

(3) Доказано, что существует такая функция $f \in L_2(\mathbb{R})$, что суммы $\sum_{k=1}^{n} f(t-a_k)$ ее сдвигов ($a_k \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$) плотны в пространстве $L_2(\mathbb{R})$. Работа с этим результатом сдана в печать.

Опубликованные работы

1. Конечномерные подпространства в L_p с липшицевой метрической проекцией // Матем. заметки. 2017. Т. 102, вып. 4. С. 514–525 (совместно с Ю.Ю. Дружининым и К.В. Чесноковой).

2. Приближение суммами сдвигов одной функции на окружности // Известия РАН. Серия математическая. 2017. Т. 81, вып. 6. С. 23–37.

3. Существование липшицевых выборок из точек Штейнера // Матем. сборник. 2018. Т. 209, принято к печати (совместно с Б.Б. Бедновым и К.В. Чесноковой).

Участие в конференциях

1. Рождественские математические встречи, Москва, МЦНМО, 4–6 января 2017 г.

2. Воронежская зимняя математическая школа "Современные методы теории функций и смежные проблемы", г. Воронеж, 26 января – 1 февраля 2017 г.

3. Ломоносовские чтения, Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова, апрель 2017 г.

Педагогическая деятельность

1. Чтение лекций по курсам "Теория функций комплексного переменного" и "Плотность полугруппы в банаховом пространстве" и ведение семинаров по курсам "Теория функций комплексного переменного", "Функциональный анализ" и

"Действительный анализ" на мехмате МГУ имени М.В. Ломоносова.

2. Руководство семинаром "Геометрическая теория приближений", научное руководство 4 студентами на мехмате.

3. Участие в работе методической комиссии Московской математической олимпиады.

4. Уроки геометрии в 11 и 9 классах школы № 54 г. Москвы, уроки математического анализа в СУНЦ МГУ им. А.Н. Колмогорова.

Итоги трех лет

За прошедшие три года мне удалось получить и опубликовать результаты №№ 1, 2, 4 и 8 из раздела "Ожидаемые результаты" моего "Плана исследования".

Результат № 3 получен в этом году, соответствующая работа сдана в печать (см. выше п. (3) в разделе "Полученные результаты"). Этот результат потребовал больше всего усилий, и получился он только благодаря недавнему достижению акад. С.В. Конягина, доказавшего существование последовательности тригонометрических многочленов с натуральными коэффициентами, сходящейся к нулю почти всюду.

Результат № 5 подразумевал отыскание нетривиальных условий на дискретное множество M в банаховом пространстве X, достаточные для плотности в X полугруппы $R(M)$, состоящей из конечных сумм элементов из M. До исследования в этом направлении, к сожалению, просто не дошли руки.

В ожидавшемся результате № 6 предполагалось исследовать следующую новую задачу об асимптотике длин кратчайших сетей. Пусть дан связный компакт M в банаховом пространстве X. Требуется найти асимптотику величины $|\mathrm{smt}|_{\mathrm{n}}(\mathrm{M}) = \sup|\mathrm{smt}|(\mathrm{M_n}, \mathrm{X})$ при $n \to \infty$, где supremum берется по всем n-точечным множествам $M_n \subset M$. В этой задаче мне удалось найти слабые асимптотики указанных величин для некоторых компактов M, но эти результаты пока не оформлены в работу.

В ожидавшемся результате № 7 предполагалось описать банаховы пространства X, в которых длина кратчайшей сети $|\mathrm{smt}|(\mathrm{M}, \mathrm{X})$, затягивающей конечное множество M, зависит только от попарных расстояний между точками M. Эту задачу решила в 2017 г. моя ученица Л.Ш. Бурушева, студентка 6 курса мехмата: оказалось, что это либо гильбертово пространство, либо пространство, предуальное к L_1. В двумерном случае это означает, что самыми лучшими (с точки зрения теории кратчайших сетей) центрально-симметричными выпуклыми фигурами на плоскости являются эллипсы и параллелограммы. Это достижение Л.Ш. Бурушевой очень меня обрадовало — пожалуй, больше, чем если бы я сам получил этот результат.

Таким образом, большая часть запланированных результатов получена и опубликована, но, к сожалению, кое-что осталось не реализованным. Некоторым утешением может служить то, что за эти три года мною были получены и другие результаты, не отраженные в "Плане исследований" — см., например, п. (2) раздела "Полученные результаты" выше.

Я глубоко благодарен фонду "Династия" за содействие.