

## Список публикаций грантополучателя фонда "Династия" Коробкова Михаила Вячеславовича

[1] Bourgain J., Korobkov M. V., Kristensen J., “On the Morse–Sard property and level sets of  $W^{n,1}$  Sobolev functions on  $\mathbb{R}^n$ ,” *Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelles Journal)*, **2015**, No. 700 (2015), 93–112. <http://dx.doi.org/10.1515/crelle-2013-0002>

**Abstract.** We establish Luzin  $N$  and Morse–Sard properties for functions from the Sobolev space  $W^{n,1}(\mathbb{R}^n)$ . Using these results we prove that almost all level sets are finite disjoint unions of  $C^1$ -smooth compact manifolds of dimension  $n - 1$ . These results remain valid also within the larger space of functions of bounded variation  $BV_n(\mathbb{R}^n)$ . For the proofs we establish and use some new results on Luzin–type approximation of Sobolev and  $BV$ -functions by  $C^k$ -functions, where the exceptional sets have small Hausdorff content.

[2] Korobkov M. V., Pileckas K., Russo R., “Solution of Leray’s problem for stationary Navier-Stokes equations in plane and axially symmetric spatial domains,” *Ann. of Math.*, **181**, No. 2 (2015), 769–807. <http://dx.doi.org/10.4007/annals.2015.181.2.7>

**Abstract.** We study the nonhomogeneous boundary value problem for the Navier–Stokes equations of steady motion of a viscous incompressible fluid in arbitrary bounded multiply connected plane or axially-symmetric spatial domains. (For axially symmetric domains, data is assumed to be axially symmetric as well.) We prove that this problem has a solution under the sole necessary condition of zero total flux through the boundary. The problem was formulated by Jean Leray 80 years ago. The proof of the main result uses Bernoulli’s law for a weak solution to the Euler equations.

[3] Korobkov M. V., Pileckas K., Russo R., “The existence theorem for steady Navier-Stokes equations in the axially symmetric case,” *Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci. (5)*, **14**, No. 1 (2015), 233–262. [http://dx.doi.org/10.2422/2036-2145.201204\\_003](http://dx.doi.org/10.2422/2036-2145.201204_003)

**Abstract.** We study the nonhomogeneous boundary value problem for the Navier-Stokes equations of steady motion of a viscous incompressible fluid in a bounded three-dimensional domain with multiply connected boundary. We prove that this problem has a solution in some axially symmetric cases, in particular, when all components of the boundary intersect the axis of symmetry.

[4] Korobkov M. V., Pileckas K., Russo R., “The Liouville Theorem for the Steady-State Navier-Stokes Problem for Axially Symmetric 3D Solutions in Absence of Swirl,” *J. of Mathematical Fluid Mechanics*, 2015, Vol. 17, No. 2, 287–293. <http://dx.doi.org/10.1007/s00021-015-0202-03>

**Abstract.** We study the Navier–Stokes equations of steady motion of a viscous incompressible fluid in  $\mathbb{R}^3$ . We prove that there are no nontrivial solution of these equations defined in the whole space  $\mathbb{R}^3$  for axially symmetric case with no swirl (the Liouville

theorem). The theorem was obtained originally in the paper [KOCH, G., NADIRASHVILI, N., SEREGIN, G., SVERAK, V., Liouville theorems for the Navier-Stokes equations and applications, *Acta Mathematica*, **203** (2009), 83–105]. We found an alternative elementary proof. Also we establish the conditional Liouville type theorem for axial symmetric solutions to the Euler system.

[5] Kopylov A.P., Korobkov M.V., “On properties of the intrinsic geometry of submanifolds in a Riemannian manifold,” *Acta Mathematica Academiae Paedagogicae Nyiregyhaziensis*, 2015, Vol. 31, No. 1, pp. 71-80. [http://www.emis.de/journals/AMAPN/vol31\\_1/31\\_08.pdf](http://www.emis.de/journals/AMAPN/vol31_1/31_08.pdf)

**Abstract.** Assume that  $(X, g)$  is an  $n$ -dimensional smooth connected Riemannian manifold without boundary and  $Y$  is its  $n$ -dimensional compact connected  $C^0$ -submanifold with nonempty boundary  $\partial Y$  ( $n \geq 2$ ). In this article, we consider the metric function  $\rho_Y(x, y)$  generated by the intrinsic metric of the interior  $\text{Int} Y$  of  $Y$  in the following natural way:  $\rho_Y(x, y) = \liminf_{x' \rightarrow x, y' \rightarrow y; x', y' \in \text{Int} Y} \{\inf[l(\gamma_{x', y', \text{Int} Y})]\}$ , where  $\inf[l(\gamma_{x', y', \text{Int} Y})]$  is the infimum of the lengths of smooth paths joining  $x'$  and  $y'$  in the interior  $\text{Int} Y$  of  $Y$ . In this paper, we study conditions under which  $\rho_Y$  is a metric and also the question about the existence of geodesics in the metric  $\rho_Y$  and its relationship with the classical intrinsic metric of the hypersurface  $\partial Y$ .

[6] Korobkov M. V. and Kristensen J., The trace theorem, the Luzin  $N$ - and Morse–Sard properties for the sharp case of Sobolev–Lorentz mappings, *Report no. OxPDE-15/07*, <https://www.maths.ox.ac.uk/system/files/attachments/OxPDE%2015.07.pdf>

**Abstract.** We prove Luzin  $N$ - and Morse–Sard properties for mappings  $v: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^d$  of the Sobolev–Lorentz class  $W_{p,1}^k$ ,  $p = \frac{n}{k}$  (this is the sharp case that guaranties the continuity of mappings). Our main tool is a new trace theorem for Riesz potentials of Lorentz functions for the limiting case  $q = p$ . Using these results, we find also some very natural approximation and differentiability properties for functions in  $W_{p,1}^k$  with exceptional set of small Hausdorff content.

## О полученных за отчетный период результатах

За указанный период опубликовано пять статей, шестая работа в списке является препринтом (послано в Journal of Geometric Analysis, работа в стадии рецензирования). Не желая обременять членов жюри детальным описанием всех результатов, полученных в указанных шести работах, ограничимся обсуждением последней из них [6].

**Теорема о следах,  $N$ -свойство Лузина,  
и теоремы Морса–Сарда–Дубовицкого  
для предельного случая пространств Соболева–Лоренца.**

Получены аналоги  $N$ -свойства Лузина и теорем Морса–Сарда–Дубовицкого об образе критических точек для отображений класса Соболева–Лоренца  $W_{p,1}^k(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^d)$  при  $p = \frac{n}{k}$  (это минимальные предположения на интегрируемость, гарантирующие непрерывность функции). Основным инструментом является следующая новая теорема о следах для потенциалов Рисса в так называемом “предельном случае  $q = p$ ”.

**Теорема [6].** Пусть  $\mu$  представляет собой борелевскую меру для подмножеств  $\mathbb{R}^n$  с условием роста на шарах  $\mu(B(x, r)) \leq r^{n-\alpha p}$ , где  $\alpha > 0$ ,  $1 < p < \infty$  и  $\alpha p < n$ . Тогда для каждого компактного множества  $E \subset \mathbb{R}^n$  справедлива оценка

$$\int |I_\alpha(1_E)|^p d\mu \leq C \operatorname{meas}(E), \quad (1)$$

где  $1_E$  представляет собой характеристическую функцию  $E$ ,  $I_\alpha$  есть соответствующий потенциал Рисса  $I_\alpha f(x) = \int_{\mathbb{R}^n} \frac{f(y)}{|y-x|^{n-\alpha}} dy$ , и  $C = C(n, p, \alpha)$ .

Выпишем, для сравнения, классическое и часто применяемое неравенство Адамса

$$\int |I_\alpha f|^q d\mu \leq C \|f\|_{L_p(\mathbb{R}^n)}^q \quad (2)$$

для  $q > p$  при условии  $\mu(B(x, r)) \leq r^{(n-\alpha p)\frac{q}{p}}$ . Хорошо известно, что (2) не имеет места при  $q = p$ , так что (1) можно рассматривать как предельный вариант для (2).

С использованием этих результатов получен ряд очень естественно звучащих результатов об аппроксимации гладкими функциями и дифференциальных свойствах отображений класса  $W_{p,1}^k(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^d)$  с исключительными множествами малой вместимости по Хаусдорфу.

## Участие в конференциях и школах

Название: Международная конференция Asymptotic Problems: Elliptic and Parabolic Issues;

Сроки и место проведения: 1-5 июня 2015, Вильнюс, Вильнюсский государственный университет, Литва

Сделан пленарный доклад по теме "On the Morse–Sard theorem for the sharp case of Sobolev mappings and applications in fluid mechanics"

## Выступление на международных семинарах

В 2015 г. Коробков М.В. был с двухнедельным визитом в Оксфордском университете (Англия), для совместной научной работы с профессором Яном Кристенсенем (17 мая - 31 мая 2015). В ходе визита был сделан доклад на семинаре "Oxford PDE center" под руководством сэра Джона Болла (члена Королевского научного общества, Англия).

## Педагогическая деятельность

М.В. Коробков читает лекции по математическому анализу для студентов 1-го и второго курсов механико-математического факультета Новосибирского госуниверситета.