Отчет о научной и педагогической деятельности по гранту фонда «Династия» за 2015 год

Косаревская Екатерина Сергеевна

Результаты, полученные в этом году

Исследовался класс моделей системы обслуживания, имеющей бесконечный ресурс, через которую проходит пуассоновский поток независимых заявок. Математическую модель системы обслуживания можно упрощенно описать следующим образом. Работа системы состоит из независимых между собой процессов. Обслуживание процесса начинается в некоторый момент s, длится u единиц времени и влечет расход ресурса r. Время начала, длительность и расход ресурса — случайные величины. Объектом изучения является суммарная нагрузка на систему, которая выражается в терминах интеграла по пуассоновской мере.

Для нахождения предельных теорем для процесса суммарной нагрузки был рассмотрен случай длительность процесса обслуживания U имеет плотность $p(u)$ такую, что $p(u) \sim \frac{c_U}{u^{1+\rho}}$, $u \to \infty$, а расход ресурса $R = R_* \cdot U^{\varkappa}$, где $\delta = \frac{\gamma-1}{\varkappa}$, и $\mathbb{E}R_*^{\delta} < \infty$.

Случай иллюстрирует границы между уже имеющимися предельными результатами, а также позволяет строить предположения о новых. В исследовании был рассмотрен, помимо предыдущих результатов, случай сходимости к дробному броуновскому движению с $H = 1$ (при $\rho = 1 + 2\delta$) и получены следующие теоремы:

Теорема 1. *Пусть $\rho > \delta(1+\beta)$, $1 < \delta < 2$. Тогда при $a \to \infty$ центрированный процесс суммарной нагрузки с нормировкой $(\lambda a)^{\frac{1}{\delta}}$ сходится к процессу $\mathcal{Y}(t)$, где $\mathcal{Y}(t)$ — спектрально положительный строго δ-устойчивый процесс Леви; $\mathcal{Y}(1) \stackrel{d}{=} \mathcal{S}(1,0,\delta)$.*

Теорема 2. *Пусть $1+\delta\beta < \rho < \delta(1+\beta)$, $1 < \delta < 2$ и выполнено условие высокой интенсивности обслуживания. Тогда при $a \to \infty$, $\lambda a \to \infty$ центрированный процесс суммарной нагрузки с нормировкой $a^{\frac{\delta(1+\beta)-\rho+1}{\delta}} \lambda^{\frac{1}{\delta}}$ сходится к процессу $Z_{(\rho-\beta\delta),\delta}(t)$, где процесс $Z_{(\rho-\beta\delta),\delta}(t)$ — телеком-процесс:*

$$Z_{(\rho-\beta\delta),\delta}(t) = \iint \ell_t(s,u) dX(s,u).$$

В этом выражении X — δ-устойчивая случайная мера с интенсивностью $u^{\beta\delta-\rho-1} ds du$, отвечающая центрированному одностороннему устойчивому распределению $\mathcal{S}(1,0,\delta)$.

Эти результаты будут в скором времени опубликованы в виде препринта, а затем статьи.

Участие в конференциях и школах

Доклад «О стохастических моделях системы обслуживания с зависимыми характеристиками процессов» 30 октября 2015 года, городском семинар по теории вероятностей и математической статистике ПОМИ

Педагогическая деятельность

Вела пары по алгебре и математическому анализу в Классической гимназии №610 Санкт-Петербурга.