

Научный отчет за 2016 год

Александра Скрипченко

13 декабря 2016 г.

1 Научные результаты

Моя научная работа в 2016 году в основном была посвящена изучению эргодических свойств различных классов обобщений перекладываний отрезков (в частности, отображений сдвигов отрезков и систем изометрий).

Отображения сдвигов отрезков (interval translation mappings) впервые были описаны М. Бошерницаном и И. Корнфельдом в 1994 году в связи с бильярдами с односторонними перегородками. Как и в случае перекладывания отрезков, речь идет о кусочно-линейном отображении отрезка в себя; в случае отображения сдвигов образы отрезков, на которые наше отображение разбивает исходный отрезок, могут накладываться друг на друга.

Было показано, что такие отображения могут либо сводиться к перекладыванию отрезков (тогда они называются отображениями *конечного типа*), либо демонстрировать совершенно другую динамику - после каждого применения отображения отрезки - образы покрывают все меньшую долю исходного отрезка (такие отображения - *бесконечного типа*).

Бошерницан и Корнфельд сформулировали гипотезу о том, что параметры, задающие отображения бесконечного типа, составляют в исходном множестве параметров подмножество нулевой меры. В настоящее время эта гипотеза доказана только для случая двойных вращений (H. Bruin, G. Slack) или их обобщения для трех отрезков (Д. Волк).

В нашей совместной (пока не завершенной) работе с Pascal Hubert (Марсель, Франция) и Mauro Artigiani (Пиза, Италия) мы исследуем вопрос о хаусдорфовой размерности этого множества в случае двойных вращений. Первым этапом нашей работы стало определение индукции - аналога индукции Rauzy - для случая двойных вращений. Основное отличие нашей индукции от введенной ранее (индукция Suzuki - Ito -

Aihara) - наличие геометрической интерпретации, позволяющей определить ассоциированный с этой индукцией динамический коцикл, и изучение эргодических свойств двойных вращений с помощью этой индукции (аналогичные результаты для перекладываний отрезков были получены в работах А. Буфетова и Avila - Gouezel - Yoccoz, для систем изометрий - в нашей работе с Artur Avila и Pascal Hubert). Мы рассчитываем, что полученные результаты позволят нам получить верхнюю оценку для хаусдорфовой размерности изучаемого множества с использованием техники, разработанной А. Avila и V. Delecroix.

В 2016 году вместе с Artur Avila (Париж, Франция, и Рио-де-Жанейро, Бразилия) и Pascal Hubert мы завершили начатую годом ранее работу по изучению вопроса асимптотических направлений в задаче С. П. Новикова в случае специального семейства хаотических режимов, ассоциированных с Rauzy Gasket.

Этот вопрос, сформулированный в 1982 году в связи с изучением полуклассического движения электрона в магнитном поле, состоит в следующем: рассматривается 3-периодическая поверхность в \mathbb{R}^3 (то есть такая, которая инвариантна относительно сдвига на векторы некоторой решетки) и ее сечения плоскостями, ортогональными фиксированному направлению. Это направление с точки зрения физики является направлением магнитного поля, а сама поверхность - это поверхность Ферми. Нас интересует поведение полученных сечений.

Как было показано в работах А. Зорича и И. А. Дынникова, принципиально возможно три варианта поведения указанных сечений: тривиальный (когда все они компактны), интегрируемый (когда сечения являются слегка возмущенными прямыми) и хаотический (когда сечения не имеют четко выраженного асимптотического направления). В настоящее время все открытые вопросы связаны с хаотическими сечениями.

Легко видеть, что эта задача может быть переформулирована в терминах измеримых слоений на поверхностях: факторизация по решетке приведет к тому, что вместо исследования поведения сечений мы можем сосредоточиться на изучении поведения слоев слоения, заданного 1-формой на 3-мерном торе и индуцированного на вложенный в этот тор поверхности.

Мы построили инвариантную меру, носителем которой является Rauzy Gasket, и с помощью техники показателей Ляпунова показали, что для рассматриваемого нами множества наличие слабого асимптотического направления для хаотического режима является общим свойством по отношению к построенной мере.

В 2016 году мы продолжили эту работу вместе с Carlos Matheus (Па-

риж, Франция, и Рио-де-Жанейро, Бразилия). Предметом нашего изучения стали эргодические свойства описанной выше меры. В частности, мы показываем, как строить явно эту меру, и доказываем непрерывность ляпуновского спектра. Работа готовится к публикации.

2 Опубликованные и поданные в печать работы

- Diffusion for chaotic plane sections of 3-periodic surfaces (с Artur Avila и Pascal Hubert), *Inventiones Mathematicae*, 2016. Vol. 206. No. 1. P. 109-146; arXiv: 1412.7913.

3 Работа в научных центрах и международных группах

В феврале 2016 года я работала в Бристоле (Великобритания) с Corinna Ulcigrai.

В марте - апреле 2016 года я работала в Париже (институт математики Жюлье) с Антоном Зоричем и Carlos Matheus по приглашению FSMP.

4 Педагогическая деятельность

В настоящее время я являюсь научным руководителем одной студентки магистратуры (Е. Аржаковой), шести студентов 4 курса (М. Яхлакова - совместно с А. В. Колесниковым; В. Крачуна, А. Сыздыкова, Д. Алешко, Н. Амбарцумова, П. Говорова) и одной студентки 1 курса (П. Барон) факультета математики ВШЭ.

В осеннем семестре 2016 года я читаю курс "Введение в математическую статистику" и являюсь одним из руководителей студенческого семинара "Геометрия и динамика" на факультете математики ВШЭ