

”Представления колчанов и матричные задачи”

курс *И.В. Аржанцева*

летняя школа ”Современная математика” (г. Дубна), 19-22 июля 2008 года

Задачи к занятию 1

Задача 1. Докажите, что векторное пространство над произвольным полем нельзя представить в виде объединения двух собственных подпространств.

Задача 2. Докажите, что векторное пространство над бесконечным полем нельзя представить в виде объединения конечного числа собственных подпространств.

Задача 3. Приведите пример линейного оператора в пространстве \mathbb{R}^n , для которого ядро совпадает с образом. При каких n это возможно?

Задача 4. Опишите классы эквивалентности троек подпространств.

Задача 5. Для каких векторов размерности число классов эквивалентности четверок подпространств конечно?

Задача 6. Попробуйте описать классы эквивалентности в задаче о паре матриц размера а) 1×1 ; б) 2×2 над полем \mathbb{C} .

Задача 7. Для каждого класса эквивалентности набора из двух 2-мерных и одного 1-мерного подпространства в 3-мерном пространстве опишите разложение соответствующего представления колчана в прямую сумму неразложимых представлений.

Задача 8. Докажите что колчан из двух вершин и ≥ 3 соединяющих их ребер является диким (независимо от ориентации ребер).

Задача 9. Докажите, что колчан из двух вершин и двух соединяющих их ребер не является колчаном конечного типа (независимо от ориентации ребер).

Задача 10. Опишите неразложимые представления колчана, который есть цепь из n вершин и $n - 1$ ребра (для всех возможных ориентаций ребер). Выведите отсюда, что указанные колчаны имеют конечный тип. Найдите колчан конечного типа, отличный от цепи.