# "Представления колчанов и матричные задачи"

*курс И.В. Аржанцева*

*летняя школа "Современная математика" (г. Дубна), 19-22 июля 2008 года*

## Задачи к занятию 2

**Задача 1.** Докажите, что каждое элементарное преобразование типа A есть композиция элементарных преобразований типов B и C (отличных от A) тогда и только тогда, когда A=III, а B и C равны I и II.

**Задача 2.** Докажите, что элементарное преобразование строк матрицы не изменяет линейных зависимостей между ее столбцами.

**Задача 3.** Опишите сечение для матричной задачи с тремя строго разделенными вертикальными блоками.

**Задача 4.** Докажите, что число классов эквивалентности для матричной задачи с четырьмя строго разделенными вертикальными блоками бесконечно.

**Задача 5.** Матричная задача Жордана-Вейерштрасса: дана квадратная матрица, разрешается производить над ней произвольные элементарные преобразования столбцов и одновременно обратные элементарные преобразования строк. (Например, прибавление столбца с номером $i$, умноженного на $\lambda$, к столбцу с номером $j$ выполняется вместе с прибавлением строки с номером $j$, умноженной на $-\lambda$, к строке с номером $i$.) Решая эту матричную задачу над полем комплексных чисел, докажите теорему о жордановой нормальной форме. Убедитесь, что "почти любая" матрица диагонализуема.

**Задача 6.** Матричная задача Кронекере: дана прямоугольная матрица, разбитая на два вертикальных блока одинаковой ширины. Разрешается производить произвольные элементарные преобразования строк, а также произвольные элементарные преобразования столбцов, но только они должны одновременно производиться в обоих блоках. Найдите "удобное" квазисечение для задачи Кронекера.