

1. Дана перетасованная колода карт. Два участника равновероятно и независимо задумывают числа от 1 до 10. После этого колода перебирается, а участники считают карты. Досчитав до числа, которое он запомнил, участник запоминает, на какой карте остановился, и запоминает новое число — то, которое написано на этой карте. Для тузов, валетов, дам и королей этим числом считается 1.

После перебора колоды участники называют последние запомненные карты. Какая вероятность, что они совпадут?

2. Пусть в некотором пространстве Ω фиксированы $A \subset B \subset \Omega$, $p(B \setminus A) \neq 0$. Могут ли A и B быть независимыми?

3. Рассмотрим $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Рассмотрим следующее распределение вероятностей $p(k) = a^{k-1} \frac{1-a}{1-a^6}$, где $0 < a \neq 1$. Являются ли в нём независимыми события “ k чётно” и “ k составное”, если $a = \sqrt{\frac{-2+\sqrt{7}}{2}}$? Если $a = \sqrt{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}$?

4. Охотник сегодня добудет 1-го зверя с вероятностью $\frac{1}{6}$, 2-х зверей с вероятностью $\frac{2}{6}$ и 3-х зверей с вероятностью $\frac{3}{6}$. Вы присоединяетесь в случайный момент, поэтому равновероятно увидите от 0 до всех сегодняшних попаданий. Какова вероятность увидеть хотя бы два попадания? Какова вероятность увидеть ещё одно попадание, если с момента встречи уже случилось ровно одно?

5. Симметричную монетку подбросили 15 раз. Найдите условную вероятность того, что из первых 10 бросаний орёл выпал больше 5 раз при условии, что за последние 10 бросаний орёл выпал больше 5 раз.

6. За день с вероятностью $\frac{1}{10^4}$ здании может начаться пожар. Поэтому установлена пожарная сигнализация. При пожаре она гарантированно срабатывает, но может сработать при отсутствии пожара с вероятностью $\frac{1}{10^3}$.

а) Какова вероятность, то в заданный день показания сигнализации верны?

б) Какова условная вероятность пожара при условии срабатывания сигнализации?

На оба вопроса дайте ответ с ошибкой не более, чем в два раза; при этом отклонение в два раза от, например, при правильном ответе 90% допустимы ответы 80% и 95%, а при ответе 10% — от 5% до 20%.

7. Двое бросают симметричную монетку. Первый выигрывает при выпадении подряд РР, второй --- при выпадении ОР.

а) Какие вероятности выигрыша?

б) При какой вероятности орла игра честная?