

Задачи по курсу «Счёт вслепую» (Раскин М.А.), часть 3 счётчик, читающий не все биты

В этом листке счётчик не хранит лишних битов

1. Постройте явно счётчик на 6 битах, никогда не читающий более 5 битов для увеличения числа от 0 до 63, который нельзя получить добавлением дополнительного счётчика к счётчику 4-3. Можно ли добиться того, чтобы на каждом шаге достаточно было бы изменить не более 2 битов?

2. Докажите, что если процедура увеличения всегда читает меньше $n - 10$ битов для увеличения числа и переводит $0 \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto \dots \mapsto 2^n - 1$, то переход $2^n - 1 \mapsto 0$ гарантирован автоматически.

3. Сколько нужно блоков (любого размера), чтобы покрыть (возможно, с пересечениями) гиперкуб без одной вершины? А чтобы покрыть без пересечений? А если использовать только блоки размерности не более $n/2$? не менее $n/2$?

4. Докажите, что при больших n счётчик не может читать меньше $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ битов, даже если разрешается обращать непрочитанные биты.