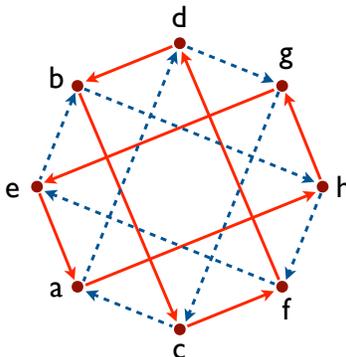


Задача 1. Напомним что все обратимые элементы в \mathbb{Z}_n образуют группу, она обозначается $U(n)$. Напишите таблицу Кэли и нарисуйте диаграмму Кэли для этой группы для $n = 7, 8, 9, 10$, из этого поймите, какой стандартной группе изоморфна $U(n)$ и постройте этот изоморфизм явно.

Задача 2. Постройте по диаграмме Кэли группы G ее таблицу умножения. Знаете ли Вы эту группу?



Задача 3. Постройте матричную реализацию группы симметрий квадрата \mathbb{D}_4 .

Задача 4. Рассмотрим следующий набор функций (они принадлежат к классу преобразований Мебиуса):

$$h_1(x) = x \quad h_2(x) = \frac{1}{x}, \quad h_3(x) = 1 - x, \quad h_4(x) = \frac{1}{1-x}, \quad h_5(x) = \frac{x-1}{x}, \quad h_6(x) = \frac{x}{x-1}.$$

(a) Покажите что эти функции образуют группу \mathfrak{G} (для операции композиции).

(b) Нарисуйте диаграмму Кэли для этой группы.

(c) Какой другой известной группе изоморфна \mathfrak{G} ?

(d) (*) Проиллюстрируйте этот изоморфизм (спросите меня что здесь имеется в виду).

Задача 5. Известно что группа перестановок \mathcal{S}_4 имеет несколько геометрических реализаций.

(a) Покажите что группа перестановок \mathcal{S}_4 изоморфна группе всех симметрий правильного тетраэдра. Постройте изоморфизм явно. Нарисуйте диаграмму Кэли иллюстрирующую этот изоморфизм.

(b) Покажите что группа перестановок \mathcal{S}_4 изоморфна группе вращений куба. Постройте изоморфизм явно. Нарисуйте диаграмму Кэли иллюстрирующую этот изоморфизм (она будет отличаться от диаграммы в части (a)).

(c) (*) Проиллюстрируйте это с помощью программы **GeoGebra** (спросите меня что здесь имеется в виду).

Задача 6. Какой стандартной группе изоморфна группа $\mathrm{GL}_2(\mathbb{Z}_2)$? Постройте этот изоморфизм явно.

Задача 7. Какой стандартной группе изоморфна группа $\mathrm{Aut}(\mathbb{Z}_{12})$? Постройте этот изоморфизм явно.

Задача 8. Задача на Счетную Лемму Бернсайда.

(a) Найдите сколько существует разных браслетов из шести бусин трех разных цветов.

(b) Найдите сколькими способами можно раскрасить грани куба тремя разными красками. Изменится ли ответ, если раскрашивать вершины, и если да, то как?