

**Задача 1.** Опишите все подполя поля  $\mathbb{Q}(\sqrt[4]{2}, i)$ .

**Задача 2.** Постройте минимальное расширение поля  $\mathbb{Q}$  в котором многочлен  $p(x) = x^4 + 1$  раскладывается на линейные множители. Найдите  $\text{Aut}_{\mathbb{Q}}(\mathbb{E})$  и опишите как элементы из этой группы действуют на корни  $p(x)$ . Все ли перестановки корней можно реализовать (дайте геометрическое объяснение)? Опишите все подполя поля  $\mathbb{E}$ .

**Задача 3.** Найдите группу Галуа многочлена  $p(x) = x^3 - 10$  над  $\mathbb{Q}$ ; над  $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ ; над  $\mathbb{Q}(\sqrt{3}i)$ .

**Задача 4.** Постройте минимальное расширение поля рациональных чисел  $\mathbb{Q}$  в котором многочлен  $p(x) = (x^3 - 2)(x^3 - 5)$  раскладывается на линейные множители. Найдите  $\text{Aut}_{\mathbb{Q}}(\mathbb{E})$  и опишите как элементы из этой группы действуют на корни  $p(x)$ . Опишите все подполя поля  $\mathbb{E}$ . Какие из этих подполей сопряжены подполю  $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{5})$ ?

**Задача 5.** Постройте минимальное расширение поля рациональных чисел  $\mathbb{Q}$  в котором многочлен  $p(x) = x^4 - 10x^2 + 1$  раскладывается на линейные множители. Найдите  $\text{Aut}_{\mathbb{Q}}(\mathbb{E})$  и опишите как элементы из этой группы действуют на корни  $p(x)$ . Опишите все подполя поля  $\mathbb{E}$ . Покажите что  $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ .