

## **Листок 2**

1. Докажите, что группа рациональных точек на окружности представляется как бесконечная сумма циклических групп.

2. Покажите, что кривая, заданная уравнением  $x^n + y^n = 1$  не может быть рационально параметризована при  $n > 2$ . В частности уравнение Ферма в многочленах не имеет непостоянного решения.

3. Коника  $x^2 + y^2 = 3z^2 \subset P^2$  не имеет рациональных точек.

4. Докажите, что кривая  $2Y^2 = X^4 - 17Z$  является контрпримером к принципу Хассе над  $Q$ . Также определите её род.

5. Рассмотрим квадратичную форму  $2x^2 + 7y^2 = 1$ . Докажите, что у неё нет целых решений, но есть вещественные и решения над  $p$ -адическими целыми.