

1. Понятие замощения и вопросы существования

Теорема 1.1. Пусть $\mathcal{M} = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$ — конечный набор многоугольников, причём для каждого $L > 0$ копиями этих многоугольников можно без пробелов и наложений покрыть круг радиуса L . Тогда \mathcal{M} является протомножеством некоторого замощения \mathcal{T} .

Упражнения

Упражнение 1.1. Приведите пример пятиугольника, копиями которого нельзя замостить плоскость.

Упражнение 1.2. Приведите пример замощения плоскости копиями пятиугольника,

- а) две стороны которого параллельны друг другу;
- б) у которого нет параллельных друг другу сторон.

Упражнение 1.3. Покажите, что каждый из трёх типов шестиугольников, изображённых на рис. 1, является протоплиткой некоторого моноэдрального замощения.

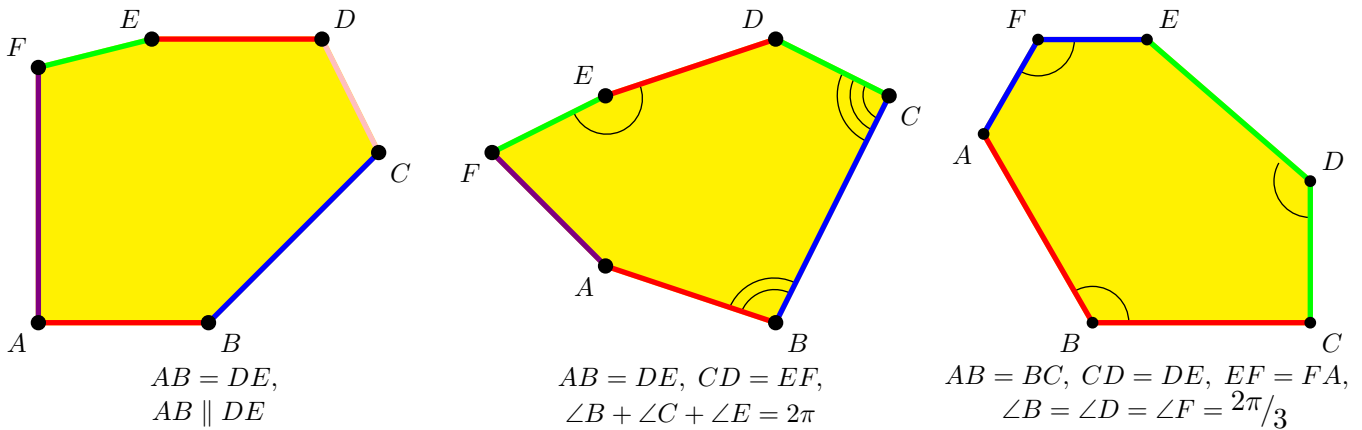


Рис. 1.

Упражнение 1.4. Справедлива ли теорема 1.1, если плиток в наборе \mathcal{M} бесконечно много?

Упражнение 1.5. Покажите, что шестиугольник Амманна (рис. 2) нельзя обложить его копиями в четыре слоя; то есть, покажете, что число Хееша шестиугольника Амманна не больше 3.

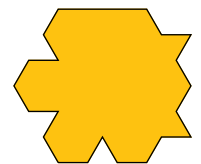


Рис. 2.

Задачи

Задача 1.1. Докажите, что при $n > 6$ не существует выпуклого n -угольника, копиями которого можно было бы замостить плоскость.

Задача 1.2. Докажите, что если каждая плитка некоторого замощения является выпуклым семиугольником, то протомножество этого замощения бесконечно. Приведите пример такого замощения.

Задача 1.3. Можно ли разбить треугольник

- а) на невыпуклые четырёхугольники,
- б) на выпуклые пятиугольники,
- в) на выпуклые шестиугольники?

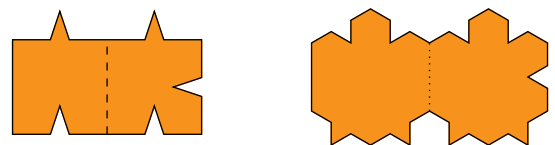


Рис. 3.

Задача 1.4. Докажите, что числа Хееша многоугольников, изображённых на рис. 3, равны двум и четырём соответственно.