

## Задачи по курсу «Теория игр» (Раскин)

### Задание 1

**Определение 1.** Игра в “самооценку”. Каждый из  $n$  игроков выбирает по числу от 1 до 100. Выигрыш игрока равен разности между его числом и средним выбранных чисел.

1. Есть ли доминируемые стратегии в игре в самооценку?

**Определение 2.** Стратегия слабо доминирует другую стратегию другого игрока, если она никогда не приносит меньший выигрыш, а при каком-то конкретном (хотя бы одном) выборе стратегий другими игроками приносит строго больший выигрыш.

2. Приведите пример игры, в которой, выкидывание слабо доминируемых стратегий может привести к различным играм, в которых его нельзя продолжить.

3. Найдите все равновесия Нэша в игре “самооценка”.

4. Докажите, что при выкидывании строго доминируемых стратегий множество равновесий Нэша не изменяется. Может ли оно измениться при выкидывании слабо доминируемых стратегий?

5. Найдите все равновесия Нэша в дилемме заключённых, если один или оба игрока минимизируют, а не максимизируют свой выигрыш.

**Определение 3.** “Прятки”. Прячущийся прячется в одном из мест (ему всё равно) и получает выигрыш 1, если его не найдут (иначе 0). Ищущий заведомо платит расстояние до места (2, 4, 6 соответственно), и может выиграть 7 в случае успеха.

5,0	-2,1	-2,1
-4,1	3,0	-4,1
-6,1	-6,1	1,0

На занятии мы нашли одно смешанное равновесие.

6. Найдите ещё одно смешанное (вероятностное) равновесие Нэша для игры в прятки.

7. Найдите все смешанные равновесия Нэша для игры в прятки, если стоимости мест 40, 50, 60, а выигрыш за обнаружение 61.

8. “Два участка лесоповала”. Есть  $n$  игроков, причём это количество велико. Есть два участка, где валят лес. На первом участке  $k$  участников повалят  $k - \frac{k^2}{n}$  единиц леса, на втором  $4k - \frac{4k^2}{n}$  единиц. Найдите равновесия Нэша при лесоповале, если выигрыш игрока пропорционален количеству поваленного им леса. Найдите равновесия Нэша при лесоповале, если выигрыш игрока равен одной  $n$ -й доле общего количества поваленного леса.