

Задачи по курсу

"Положительность и лорановость. Кластерные алгебры"

Задача Последовательность задана соотношением

$$z_{k+4} z_k = a z_{k+3} z_{k+1} + b z_{k+2}^2$$

Докажите (выведите из теоремы о лорановости кластерных переменных), что z_m - полином Лорана от a, b, z_1, z_2, z_3, z_4

Задача Тройка Маркова - это $(a, b, c) \in \mathbb{Z}$ такие, что $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$

а) Придумайте зерно (т.е. колчан и значения начальных переменных) т.ч. переменные получающиеся после мутаций были тройками Маркова

б) Придумайте колчан т.ч. длины ребер в колчане получающ. после мутации соответствовали тройкам Маркова

● Задача* Рассмотрим кривую $y^2 = 1 - 8x + 12x^2 - 4x^3$
степени 3. Пусть $P = (0, 1)$, $Q = (1, -1)$. Тогда точка
 $(m-2)P + Q$ имеет координаты (x_m, y_m) где $x_m = \frac{z_{m-1} z_{m+1}}{z_m^2}$
сложение на кубической (эллиптической кривой)
 z_m — последовательность Сомоса-4.