

Феномен мягкости в дифференциальной топологии

Задачи к лекции 1:

Теорема Уитни-Грауштейна

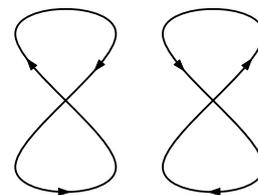
25 июля 2022

Кривая $\alpha : S^1 \rightarrow \mathbb{R}^2$ называется *погруженной*, если вектор скорости $\dot{\alpha}(x)$ определён для всех $x \in S^1$ и непрерывно зависит от x .

Гомотопия α_t называется *регулярной*, если для любого $t \in [0; 1]$ кривая α_t является погруженной и вектор $\dot{\alpha}_t(x)$ зависит непрерывно от $(x, t) \in S^1 \times [0; 1]$.

Задача 1. Проверьте, что регулярная гомотопность является отношением эквивалентности.

Задача 2. Покажите, что следующие две кривые регулярно гомотопны



Задача 3. Докажите, что для любой прямой l на плоскости и любой погруженной кривой α существует точка $x \in S^1$, такая что вектор скорости $\dot{\alpha}(x)$ перпендикулярен l .

Задача 4*. Предположим, мы будем рассматривать погруженные кривые на плоскости с точностью до *гомотопии в классе погруженных кривых*, то есть отбросим требование непрерывности вектора $\dot{\alpha}_t(x)$ по $(x, t) \in S^1 \times [0; 1]$. Покажите, что это тоже отношение эквивалентности, и опишите классы эквивалентности кривых по этому отношению.