

Задачи Г.Б. Шабата к лекции 2

2.1. Подробно (на "ε - δ" языке) докажите, что

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} (\zeta(s)(s-1)) = 1$$

2.2. Пользуясь доступными компьютерными средствами, изучите

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} \left(\zeta(s) - \frac{1}{s-1} \right).$$

2.3. С какой точностью сумма площадей серых криволинейных треугольников из подраздела **2.0.1** вычисляется, если интерпретировать неопределённый интеграл как применение *формулы Симпсона?* *Формулы трапеций?* (См. [?]). Примените полученные оценки к случаям $s = 3, 2, \frac{3}{2}$.

2.4. Проинтерпретируйте $\zeta_1(s)$ при $s > 1$ как площадь некоторой фигуры на рисунке из подраздела **2.0.1**.

2.5. Проинтерпретируйте $1 - \zeta_1(s)$ при $s > 1$ как площадь некоторой фигуры на рисунке из подраздела **2.0.1**.

2.6. Дайте определение сумме *кажущегося расходящимся* ряда

$$1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}} + \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \dots$$

Пользуясь доступными вам техническими средствами, вычислите эту сумму с точностью до сотых.

2.7. Проверьте (условную) сходимость ряда $\zeta^\pm(s)$ при $0 < s < 1$.

2.8. Численно сопоставьте $\zeta\left(\frac{1}{3}\right)$, $\zeta_1\left(\frac{1}{3}\right)$ и $\zeta^\pm\left(\frac{1}{3}\right)$.