

*Первый день.*

1. Однажды барон Мюнхгаузен, вернувшись с прогулки, рассказал, что половину пути он шёл со скоростью 5 км/ч, а половину времени, затраченного на прогулку — со скоростью 6 км/ч. Не ошибся ли барон?
2. Найдите какие-нибудь семь последовательных натуральных чисел, каждое из которых можно изменить (увеличить или уменьшить) на 1 таким образом, чтобы произведение семи полученных в результате чисел равнялось произведению семи исходных чисел.
3. На гипотенузе  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбрана точка  $K$  так, что  $AB = AK$ . Отрезок  $AK$  пересекает биссектрису  $CL$  в ее середине. Найдите острые углы треугольника  $ABC$ .
4. Даны натуральные числа  $a$  и  $b$ , причем  $a < 1000$ . Докажите, что если  $a^{21}$  делится на  $b^{10}$ , то  $a^2$  делится на  $b$ .

*Второй день.*

5. Незнайка выписал по кругу 11 натуральных чисел. Для каждого двух соседних чисел он посчитал их разность (из большего вычел меньшее). В результате среди найденных разностей оказалось четыре единицы, четыре двойки и три тройки. Докажите, что Незнайка где-то допустил ошибку.
6. В компании из шести человек любые пять могут сесть за круглый стол так, что каждые два соседа окажутся знакомыми. Докажите, что и всю компанию можно усадить за круглый стол так, что каждые два соседа окажутся знакомыми.
7. При каком наибольшем  $n$  можно раскрасить числа  $1, 2, \dots, 14$  в красный и синий цвета так, чтобы для любого числа  $k = 1, 2, \dots, n$  нашлись пара синих чисел, разность между которыми равна  $k$ , и пара красных чисел, разность между которыми тоже равна  $k$ ?
8. Биссектрисы углов  $A$  и  $C$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $P$ , а биссектрисы углов  $B$  и  $D$  — в точке  $Q$ , отличной от  $P$ . Докажите, что если отрезок  $PQ$  параллелен основанию  $AD$ , то трапеция равнобокая.