

### *Первый день.*

1. 200 человек стоят по кругу. Каждый из них либо лжец, либо конформист. Лжец всегда лжет. Конформист, рядом с которым стоят два конформиста, всегда говорит правду. Конформист, рядом с которым стоит хотя бы один лжец, может как говорить правду, так и лгать. 100 из стоящих сказали: «Я — лжец», 100 других сказали: «Я — конформист». Найдите наибольшее возможное число конформистов среди этих 200 человек.
2. Из шахматной доски размером  $13 \times 13$  вырезали две противоположные угловые клетки. На оставшейся части доски отметили несколько клеток. Докажите, что на отмеченные клетки можно поставить шахматных королей так, чтобы всего королей было не больше 47, и они били все пустые отмеченные клетки. Напомним, что шахматный король бьет все клетки, соседние с ним по вертикали, горизонтали или диагонали.
3. Диагонали выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равны и пересекаются в точке  $O$ . Точка  $P$  внутри треугольника  $AOD$  такова, что  $CD \parallel BP$  и  $AB \parallel CP$ . Докажите, что точка  $P$  лежит на биссектрисе угла  $AOD$ .
4. Каждое из чисел  $x$ ,  $y$  и  $z$  не меньше 0 и не больше 1. Докажите неравенство 
$$\frac{x^2}{1+x+xyz} + \frac{y^2}{1+y+xyz} + \frac{z^2}{1+z+xyz} \leq 1.$$