VI МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Региональный этап

5 февраля 2014 г.

---

8 класс.

Второй день.

5. На окружности отметили 2013 точек и каждую соединили с двумя соседними. Также отметили центр окружности и соединили его со всеми остальными отмеченными точками. Можно ли покрасить 1007 отмеченных точек в красный, а остальные 1007 — в синий цвет так, чтобы каждая красная точка была соединена с нечётным числом синих, а каждая синяя — с чётным числом синих?

6. Дан выпуклый пятиугольник $ABCDE$, причём прямая BE параллельна прямой CD и отрезок BE короче отрезка CD. Внутри пятиугольника выбраны точки F и G таким образом, что $ABCF$ и $AGDE$ — параллелограммы. Докажите, что $CD = BE + FG$.

7. На клетчатой доске размером 2014×2014 закрашено несколько (не меньше одной) клеток так, что в каждом квадратике размером 3×3 клетки закрашено чётное число клеток. Каково наименьшее возможное число закрашенных клеток?

8. Дано 2014 попарно различных натуральных чисел таких, что произведение любых двух из них делится на сумму этих двух чисел. Докажите, что ни одно из данных чисел не может быть равно произведению шести попарно различных простых чисел.