

Первый день.

1. Можно ли за каждую цифру от 0 до 9 назначить цену так, чтобы все 10 цен были различны и нашлись 20 идущих подряд натуральных чисел, каждое из которых, кроме первого, стоит дороже предыдущего? Здесь цена натурального числа — это сумма цен цифр в его записи.
2. График $y = x + b\sqrt{x} + c$, где $c > 0$, имеет с осью ординат общую точку C , а ось абсцисс пересекает в точках X_1 и X_2 . Обозначим через O начало координат. Докажите, что $\angle CX_1O + \angle CX_2O = 90^\circ$.
3. Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Известно, что $AB = BC = CD = DE = 1$. Докажите, что $AD < 2$.
4. У Зевса имеются весы, позволяющие узнавать вес положенного на них груза, и мешок со 100 монетами, среди которых есть 10- и 9-граммовые. Зевсу известно общее число N 10-граммовых монет в мешке, но неизвестно, какие именно сколько весят. Он хотел бы сделать четыре взвешивания на весах и в результате гарантированно найти хотя бы одну 9-граммовую монету. При каком наибольшем N это возможно?