IX МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА
Региональный этап

30 января 2017 г.

---

8 класс.

Первый день.

1. 10 бегунов стартуют одновременно: пятеро в синих майках с одного конца беговой дорожки, пятеро в красных майках — с другого. Их скорости постоянны и различны, причём скорость каждого бегуна больше 9 км/ч, но меньше 12 км/ч. Добежав до конца дорожки, каждый бегун сразу бежит назад, а, вернувшись к месту своего старта, заканчивает бег. Тренер ставит в блокноте галочку каждый раз, когда встречаются (лицом к лицу или один догоняет другого) двое бегунов в разноцветных майках (больше двух бегунов в одной точке за время бега не встречались). Сколько галочек поставит тренер к моменту, когда закончит бег самый быстрый из бегунов?

2. Приведите пример шести различных натуральных чисел таких, что произведение любых двух из них не делится на сумму всех чисел, а произведение любых трех из них — делится.

3. На боковых сторонах AB и AC равнобедренного треугольника ABC выбраны точки P и Q соответственно так, что $PQ \parallel BC$. На биссектрисах треугольников ABC и APQ, исходящих из вершин B и Q, выбраны точки X и Y соответственно так, что $XY \parallel BC$. Докажите, что $PX = CY$.

4. Между городами страны организованы двусторонние беспосадочные авиарейсы таким образом, что от каждого города до каждого другого можно добраться (возможно, с пересадками). Более того, для каждого города A существует город B такой, что любой из остальных городов соединён напрямую с A или с B. Докажите, что от любого города можно добраться до любого другого не более, чем с двумя пересадками.