

Первый день.

1. Петя загадал натуральное число N , Вася хочет его отгадать. Петя сообщает Васе сумму цифр числа $N+1$, затем сумму цифр числа $N+2$ и т. д. Верно ли, что рано или поздно умный Вася сможет с гарантией установить Петино число?
2. Найдите наименьшее натуральное k такое, что для некоторого натурального числа a , большего 500 000, и некоторого натурального числа b выполнено равенство $\frac{1}{a} + \frac{1}{a+k} = \frac{1}{b}$.
3. Диагонали выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равны и пересекаются в точке K . Внутри треугольников AKD и BKC выбрали точки P и Q соответственно так, что $\angle KAP = \angle KDP = \angle KBQ = \angle KCQ$. Докажите, что прямая PQ параллельна биссектрисе угла AKD .
4. В вершинах правильного 300-угольника расставлены числа от 1 до 300 по одному разу в некотором порядке. Оказалось, что для каждого числа a среди ближайших к нему 15 чисел по часовой стрелке столько же меньших a , сколько и среди 15 ближайших к нему чисел против часовой стрелки. Число, которое больше всех 30 ближайших к нему чисел, назовём *огромным*. Каково наименьшее возможное количество огромных чисел?