

Первый день.

1. На доске написано четыре положительных числа. Докажите, что какие-то два из них отличаются меньше, чем на треть суммы двух остальных.
2. В лагерь приехали 99 школьников, причём все приехавшие имеют одно и то же ненулевое количество знакомых среди остальных. Группу ребят, обладающую тем свойством, что любой из приехавших, не входящий в эту группу, знаком с кем-то из этой группы, будем называть *популярной*. Докажите, что из любой популярной группы, содержащей более 49 ребят, можно выбрать популярную группу, содержащую ровно 49 ребят.
3. Дан треугольник ABC , в котором $2\angle B - \angle A = 180^\circ$. Внутри него выбрана точка K , а на его стороне AB — точка $L \neq B$ так, что $\angle ACK = 2\angle BCK$ и $BK = KL$. Докажите, что $CK + AL = AC$.
4. Натуральные числа a_1, a_2, \dots, a_k ($k < 2020$) удовлетворяют такому условию: для любого из них можно выбрать из остальных чисел одно или несколько так, чтобы сумма их 1024-ых степеней делилась на его 1024-ую степень. Докажите, что среди этих чисел есть два равных.