

ХII МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Региональный этап

3 февраля 2020 г.

8 класс.

Первый день.

1. Сумму цифр шестизначного числа умножили на произведение его цифр. Получилось 390. Найдите хотя бы одно такое шестизначное число.
2. На доске написано n целых чисел, любые два из которых отличаются хотя бы на 3. Сумма квадратов двух наибольших из них меньше 500. Сумма квадратов двух наименьших из них также меньше 500. При каком наибольшем n это возможно?
3. Биссектриса угла A выпуклого четырёхугольника $ABCD$ пересекает сторону CD в точке K . Оказалось, что $DK = BC$ и $KC + AB = AD$. Докажите, что $\angle BCD = \angle ADC$.
4. На полуокружности расположено 50 точек. Любые две точки, между которыми не более 9 других точек, соединены отрезком. *Степенью точки* назовём количество отрезков, выходящих из неё. Панда и Вомбат играют в игру. Ходят по очереди, начинает Панда. Панда своим ходом может стереть один отрезок, соединяющий точки, сумма степеней которых чётна. Вомбат может своим ходом стереть один отрезок, соединяющий точки, сумма степеней которых нечётна. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из зверей выиграет при правильной игре?
5. Замкнутая ломаная состоит из 1001 звена и такова, что никакие три ее вершины не лежат на одной прямой. Известно, что каждое ее звено, кроме, может быть, двух, пересекает все 998 звеньев, не имеющих с ним общих концов. Верно ли, что каждое из двух оставшихся звеньев тоже пересекает все 998 звеньев, не имеющих с ним общих концов?